

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024**

Matematica

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

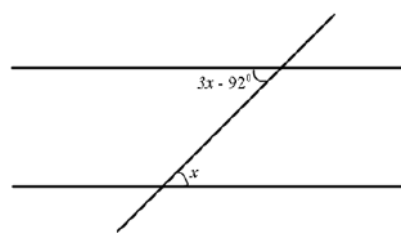
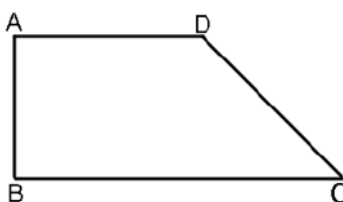
5p	1. Rezultatul calculului $20 - 5 : 5$ este : a) 3 b) 15 c) 21 d) 19
5p	2. Dacă 15 muncitori realizează o lucrare în 3 zile, atunci 5 muncitori vor realiza aceeași lucrare în: a) 45 zile b) 9 zile c) 1 zi d) 10 zile
5p	3. Suma divizorilor proprii naturali ai numărului 21 este: a) 0 b) 10 c) 32 d) -32
5p	4. Se consideră numărul $x = (7 - 5\sqrt{2})(7 + 5\sqrt{2})$. Calculând $\left(-\frac{5}{3}\right)^x$ obținem: a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{3}{5}$

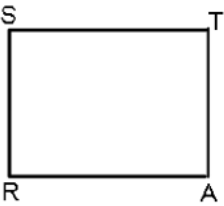
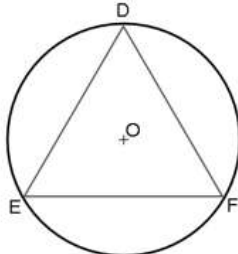
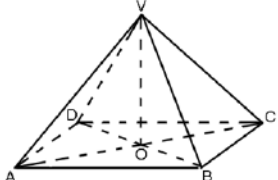
	c) $-\frac{3}{5}$ d) $-\frac{5}{3}$
5p	5. Dacă suma a două numere reale este 10 și diferența lor este 4, atunci produsul lor este: a) 9 b) 16 c) 24 d) 21
5p	6. Andrei afirmă că "$x^2 + 4 = (x - 2)(x + 2)$". Afirmția acestuia este: a) Adevărată b) Falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine. Punctul C este simetricul punctului A față de punctul B și punctul D este simetricul punctului B față de punctul C. Dacă $BD = 8$ cm, atunci lungimea segmentului AD este egală cu: a) 6 cm b) 8 cm c) 12 cm d) 16 cm	
5p	2. În figura alăturată dreptele a și b sunt paralele. Valoarea lui x este egală cu: a) 92° b) 46° c) 23° d) 41°	
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AD \parallel BC$ și $\angle DCB = 45^\circ$. Dacă linia mijlocie a trapezului are lungimea egală cu 11 cm și baza mică are lungimea egală cu 8 cm, atunci aria trapezului este egală cu: a) 42 cm^2 b) 22 cm^2 c) 44 cm^2 d) 66 cm^2	

5p	4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $STAR$. Dacă perimetrul dreptunghiului este egal cu 28 dm și lungimea diagonalei este egală cu 10 dm, atunci perimetrul triunghiului RAT este egal cu: a) 24 cm b) 38 dm c) 24 dm d) 18 dm	
5p	5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral DEF cu latura de 9 cm. Dacă punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului, atunci raza cercului este egală cu: a) 3 cm b) $9\sqrt{3}$ cm c) $3\sqrt{3}$ cm d) $\frac{9\sqrt{3}}{6}$ cm	
5p	6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu înălțimea egală cu $6\sqrt{2}$ cm. Dacă $\triangle VOA$ este isoscel, atunci volumul piramidei este egal cu: a) 288 cm^3 b) $72\sqrt{2} \text{ cm}^3$ c) $288\sqrt{2} \text{ cm}^3$ d) 864 cm^3	

SUBIECTUL al III-lea

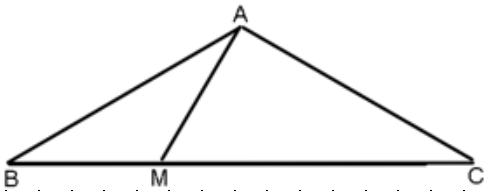
Scrieți rezolvările complete.

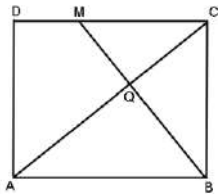
(30 de puncte)

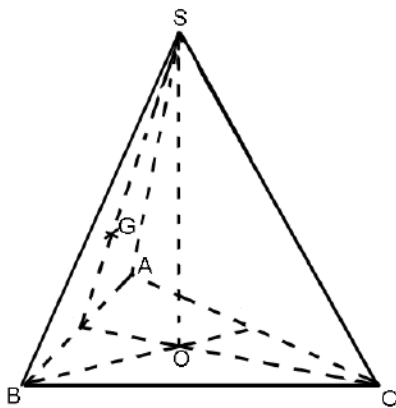
5p	1. Raportul dintre numărul de elevi din două grupe ale unei școli este $\frac{4}{5}$. Transferând 7 elevi din grupa a doua în prima grupă, numărul elevilor din prima grupă devine cu 6 mai mare decât numărul elevilor din grupa a doua. (2p) a) Este posibil ca în prima grupă să fie 30 elevi?
----	---

	(3p) b) Să se afle câți elevi erau inițial în fiecare grupă.	
5p	2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} \right) \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x+5}{1-x^2} \right) : \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. (2p) a) Arătați că $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x+5}{1-x^2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.	(3p) b) Arătați că $E(x) = 2x$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

5p	3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. (2p) a) Arătați că $p = f(\sqrt{3} - 2) - f(\sqrt{3} - 3)$ este număr prim. (3p) b) Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției și axele de coordonate.

5p	4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $\angle BAC = 120^\circ$. Perpendiculara în A pe AC intersectează latura BC în punctul M și $BM = 6\text{cm}$. (2p) a) Arătați că $AM = 6\text{cm}$. 
	(3p) b) Calculați suma lungimilor înălțimilor AN, BP și CQ, ($N \in BC, P \in AC, Q \in AB$) ale triunghiului ABC.

5p	5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=15cm$ și $AD=12cm$. Pe latura CD se ia un punct M astfel încât aria trapezului $DMBA$ să fie dublul ariei triunghiului MBC.  (2p) a) Arătați că $DM = 5cm$. (3p) b) Dacă $MB \cap AC = \{Q\}$, arătați că $MQ \in (6,2; 6,3)$.

5p	6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$ cu aria totală egală cu $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și aria laterală egală cu $72\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Punctul G este centrul de greutate al $\triangle SAB$ și O este centrul de greutate al $\triangle ABC$. (2p) a) Arătați că $AB = 12 \text{ cm}$.  (3p) b) Calculați distanța de la punctul G la planul (SAC).

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $x =$ numărul elevilor din a doua grupă $\frac{30}{x} = \frac{4}{5}$ $x = \frac{150}{4} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ Nu este posibil ca în prima grupă să fie 30 de elevi	1p
	b) $a =$ numărul elevilor din prima grupă $b =$ numărul elevilor din a doua grupă $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$ $a + 7 = b - 7 + 6$ $a = 32$ de elevi, $b = 40$ de elevi	1p
		1p
2.	a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x+5}{1-x^2} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x+5}{(x-1)(x+1)} =$ $= \frac{x^2 + 2x + 1 - 2x - 5}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - 4}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.	1p
	b) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x(x-2)+1}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-1)^2}{(x-2)(x+2)}$ $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x} = \frac{2x-x-1}{2x(x+1)} = \frac{x-1}{2x(x+1)}$ $E(x) = \frac{(x-1)^2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{2x(x+1)}{x-1} = 2x, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.	1p
		1p

Inspectoratul Școlar Județean Neamț

3.	a) $p = \left[2(\sqrt{3}-2)-1 \right] - \left[2(\sqrt{3}-3)-1 \right]$ $p = 2\sqrt{3}-4-1-2\sqrt{3}+6+1=2$ număr prim	1p 1p
	b) $A\left(\frac{1}{2};0\right)$ este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Ox $B(0;1)$ este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy Aria triunghiului dreptunghic AOB este egală cu $\frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{2} = \frac{1}{4} u^2$	1p 1p 1p
4.	a) $\triangle ABC$ isoscel $\Rightarrow \sphericalangle B = \sphericalangle C = 30^0$; $\sphericalangle BAM = 120^0 - 90^0 = 30^0$ $\sphericalangle ABM = \sphericalangle BAM = 30^0 \Rightarrow \triangle BAM$ isoscel $\Rightarrow MB = MA = 6cm$	1p 1p
	b) $\triangle AMC$ dreptunghic $\Rightarrow MC = 12cm$; $BC = 18cm$; $CN = 9cm$ $\triangle ANC$ dreptunghic $\Rightarrow AN = 3\sqrt{3}cm$ $BP \parallel AM \Rightarrow \triangle MCA \sim \triangle BCP \Rightarrow BP = 9cm$ $\triangle ABC$ isoscel $\Rightarrow BP = CQ = 9cm$ $Suma = AN + BP + CQ = 3\sqrt{3} + 18 = 3(\sqrt{3} + 6)cm$	1p 1p 1p 1p
	5. a) $\frac{(AB+DM) \cdot AD}{2} = 2 \cdot \frac{MC \cdot DC}{2}$ Finalizare $DM = 5cm$	1p 1p
	b) $\triangle MCB$ dreptunghic $\Rightarrow MB = 2\sqrt{61}cm$ $MC \parallel AB \Rightarrow \triangle MQC \sim \triangle BQA \Rightarrow MQ = \frac{4\sqrt{61}}{5}cm$ $6,2 < \frac{4\sqrt{61}}{5} < 6,3 \Rightarrow 961 < 976 < 992,25$ (Adevărat)	1p 1p 1p
6.	a) $A_l = A_1 + A_2 \Rightarrow A_2 = 36\sqrt{3}cm^2$ $\triangle ABC$ echilateral $\Rightarrow l^2 = 144 \Rightarrow AB = 12cm$	1p 1p
	b) M – mijlocul lui AB și N – mijlocul lui AC G este centru de greutate în $\triangle SAB \Rightarrow \frac{SG}{GM} = \frac{2}{1}$ O este centru de greutate în $\triangle ABC \Rightarrow \frac{OC}{OM} = \frac{2}{1}$ $\left. \begin{array}{l} GO \parallel SC \\ SC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow GO \parallel (SAC) \Rightarrow d(G, (SAC)) = d(O, (SAC))$ $\left. \begin{array}{l} OQ \perp SN \\ SN \perp AC \\ AC \perp ON \\ SN, AC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow OQ \perp (SAC) \Rightarrow d(O, (SAC)) = OQ$ $A_1 = \frac{P_B \cdot a_p}{2} \Rightarrow SN = 4\sqrt{3}cm$; $ON = 2\sqrt{3}cm$ $OQ = 3cm$	1p 1p 1p