

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

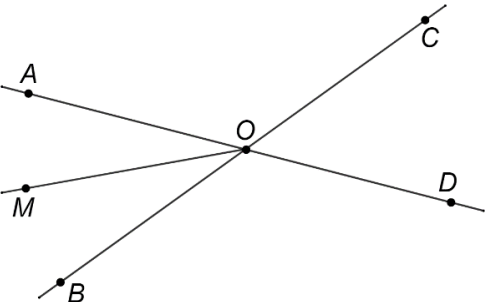
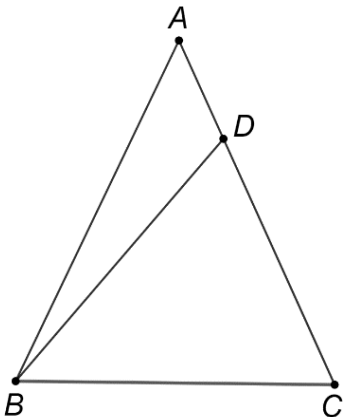
5p	1. Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 25 b) 13 c) 10 d) 1
5p	2. Dacă $\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$, atunci $4 \cdot x$ este egal cu: a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{8}{3}$ c) 6 d) 12
5p	3. Soluția ecuației $2 - x = 2$ este numărul: a) -4 b) 0 c) 2 d) 4
5p	4. Cel mai mic element al mulțimii $A = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \frac{1}{9999} \right\}$ este: a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{99}$ c) $\frac{1}{999}$ d) $\frac{1}{9999}$

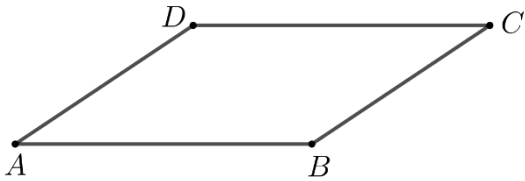
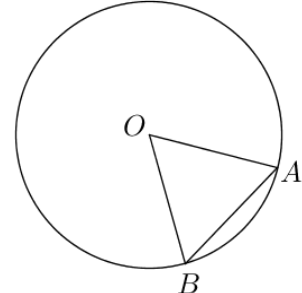
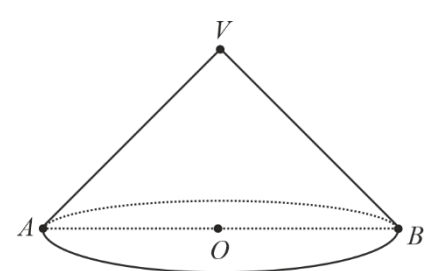
5p	5. Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a = \sqrt{5}$ și $b = \sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Andra</td><td>Marius</td><td>Ioana</td><td>David</td></tr><tr><td>10</td><td>5</td><td>$2\sqrt{5}$</td><td>$\sqrt{10}$</td></tr></table> Rezultatul corect a fost obținut de către: a) Andra b) Marius c) Ioana d) David	Andra	Marius	Ioana	David	10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$
Andra	Marius	Ioana	David						
10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$						
5p	6. Alina afirmă că: „În intervalul de numere reale $[-3, 2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmăția Alinei este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului CD este egală cu 10cm. Lungimea segmentului AD este egală cu: a) 30cm b) 20cm c) 15cm d) 10cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD, cu punctele A, O și D coliniare. Măsura unghiului AOB este egală cu 50° și OM este bisectoarea unghiului AOB. Măsura unghiului DOM este egală cu: a) 25° b) 50° c) 130° d) 155° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $\angle BAC = 50^\circ$. Punctul D aparține segmentului AC, astfel încât $BD = BC$. Măsura unghiului BDC este egală cu: a) 50° b) 65° c) 115° d) 130° 

5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 10\text{ cm}$ și $BC = 6\text{ cm}$. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu: a) 16 cm b) 24 cm c) 32 cm d) 40 cm 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului AOB este de 60° și $AB = 10\text{ cm}$. Lungimea cercului este egală cu: a) $10\pi\text{ cm}$ b) $20\pi\text{ cm}$ c) $100\pi\text{ cm}$ d) $200\pi\text{ cm}$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB. Înălțimea conului are lungimea egală cu $2\sqrt{2}\text{ cm}$. Aria bazei conului este egală cu: a) 8 cm^2 b) 16 cm^2 c) $8\pi\text{ cm}^2$ d) $16\pi\text{ cm}^2$ 

SUBIECTUL al III-lea

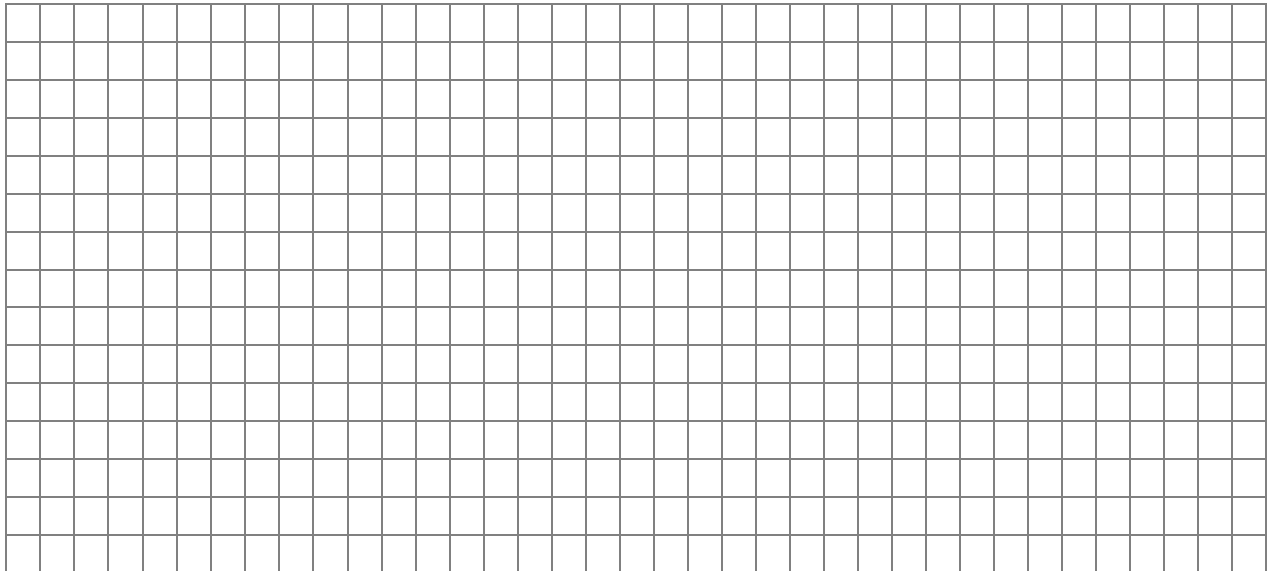
Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei. (2p) a) Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.
----	---

	(3p) b) Determină suma de bani cheltuită de Mihai, în total, în cele patru zile.
5p	2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} \right) : \left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 \right)$, unde x este un număr real, $x \neq -3$, $x \neq 0$ și $x \neq 3$. (2p) a) Arată că $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x \neq -3$ și $x \neq 0$.

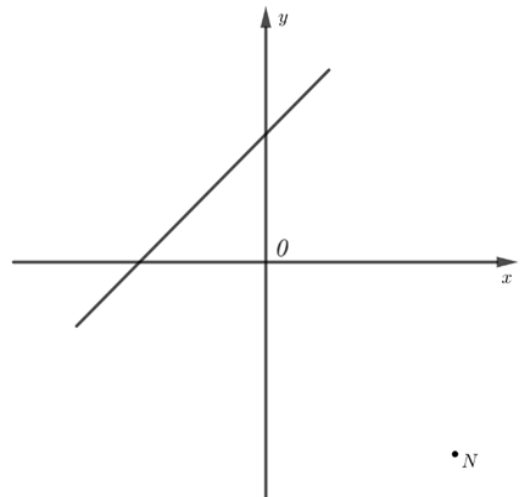
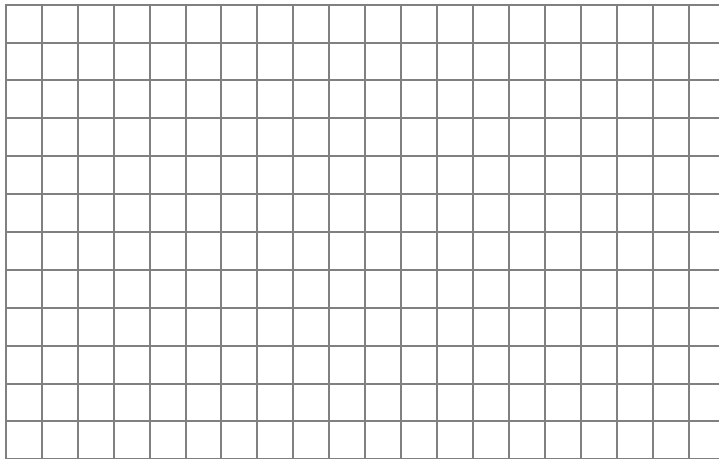
(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5 \cdot E(n)$ este număr natural.



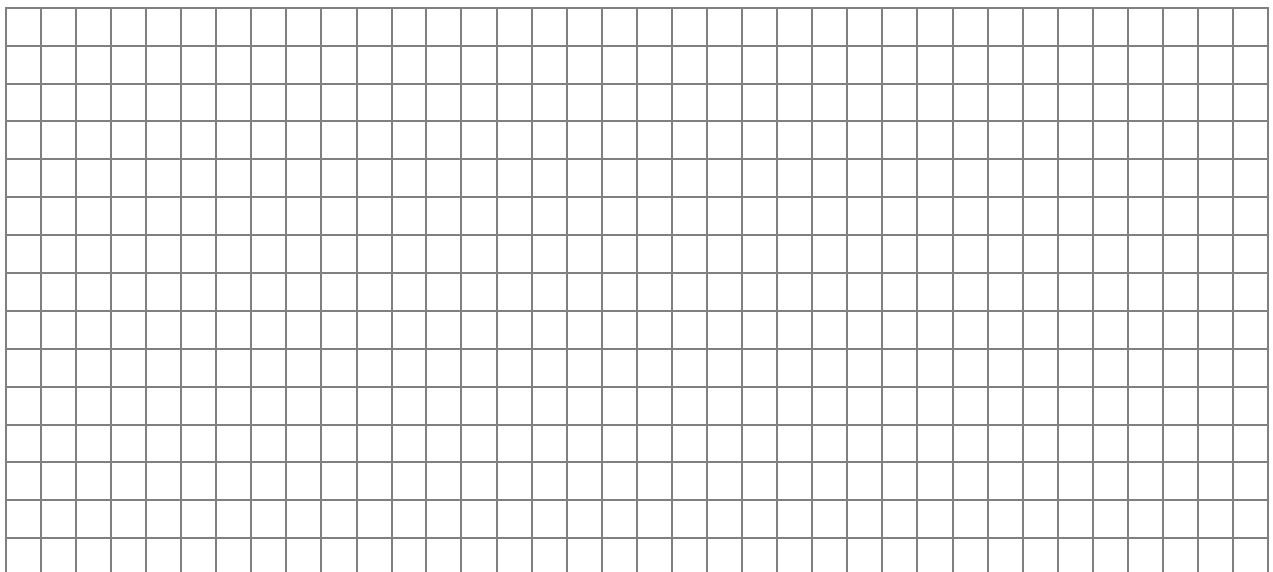
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Arată că $2023 \cdot f(-2) = 0$.



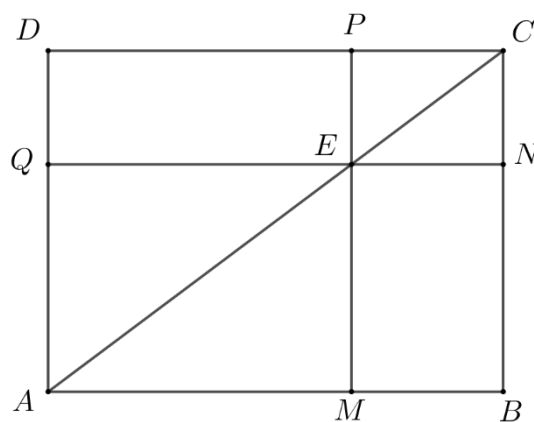
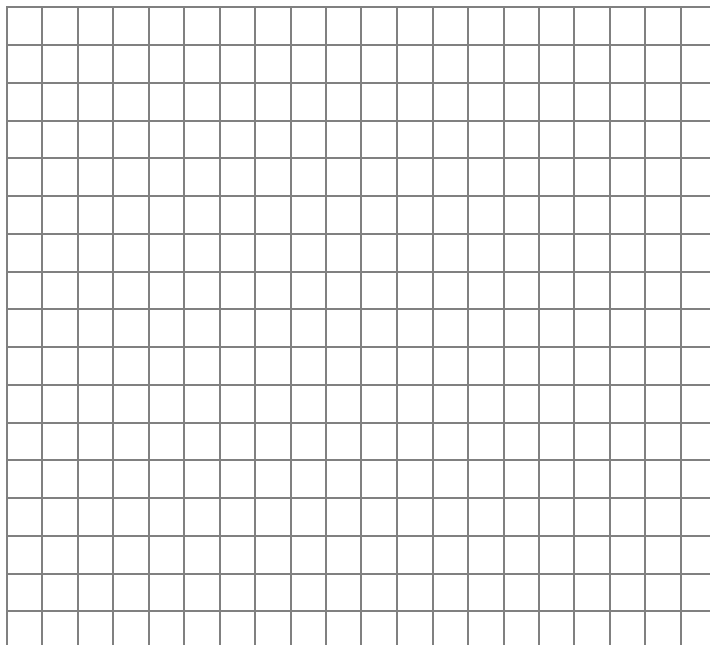
(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox , respectiv Oy , ale sistemului de axe ortogonale xOy , iar punctul M este mijlocul segmentului AB . Arată că punctele N , O și M sunt coliniare, unde $N(3, -3)$.



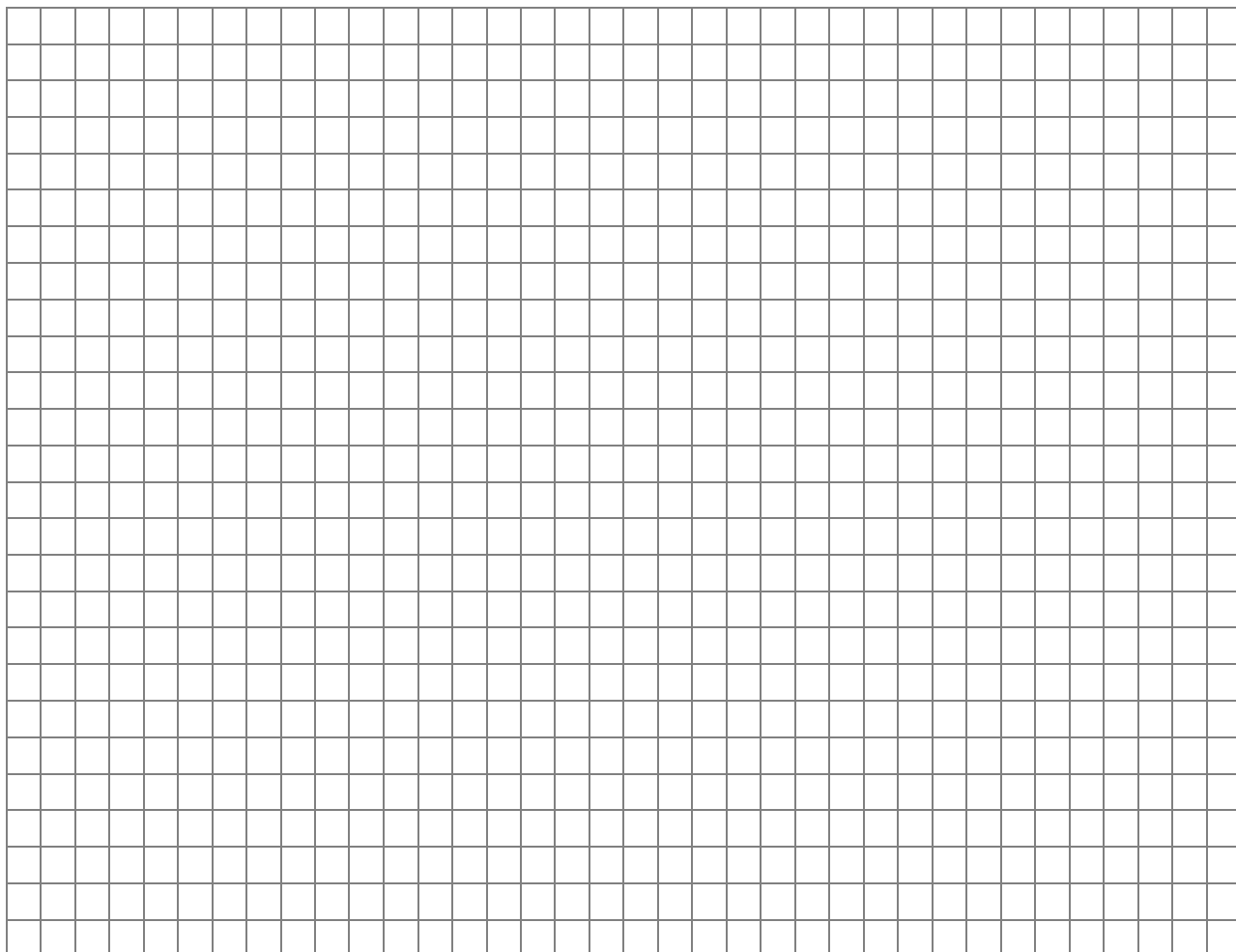
5p

4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$ și $BC = 9\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC , astfel încât $AE = 10\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB , respectiv BC . Punctele M , N , P și Q aparțin segmentelor AB , BC , CD și respectiv AD .

(2p) a) Arată că $AC = 15\text{cm}$.



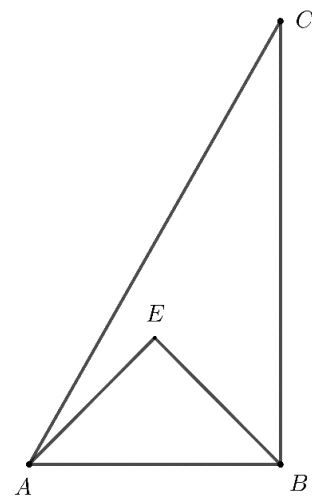
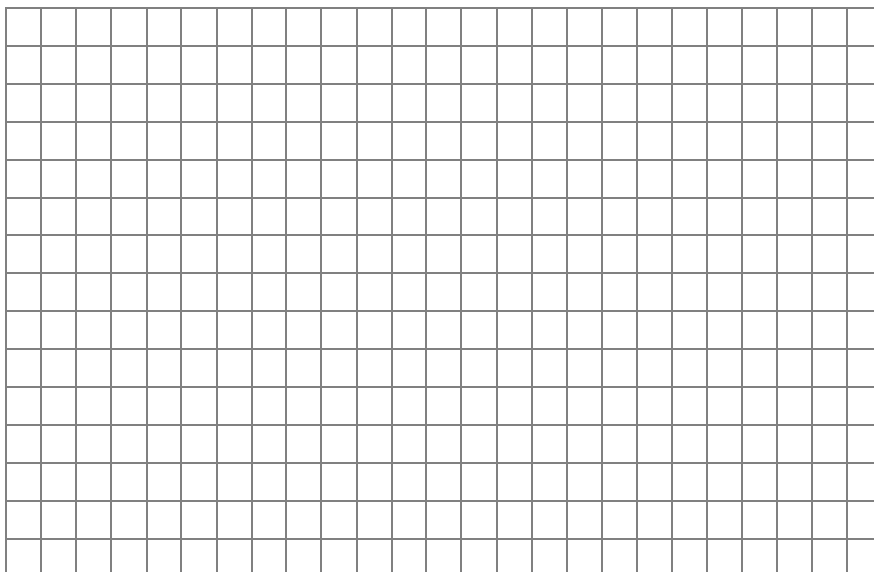
(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.



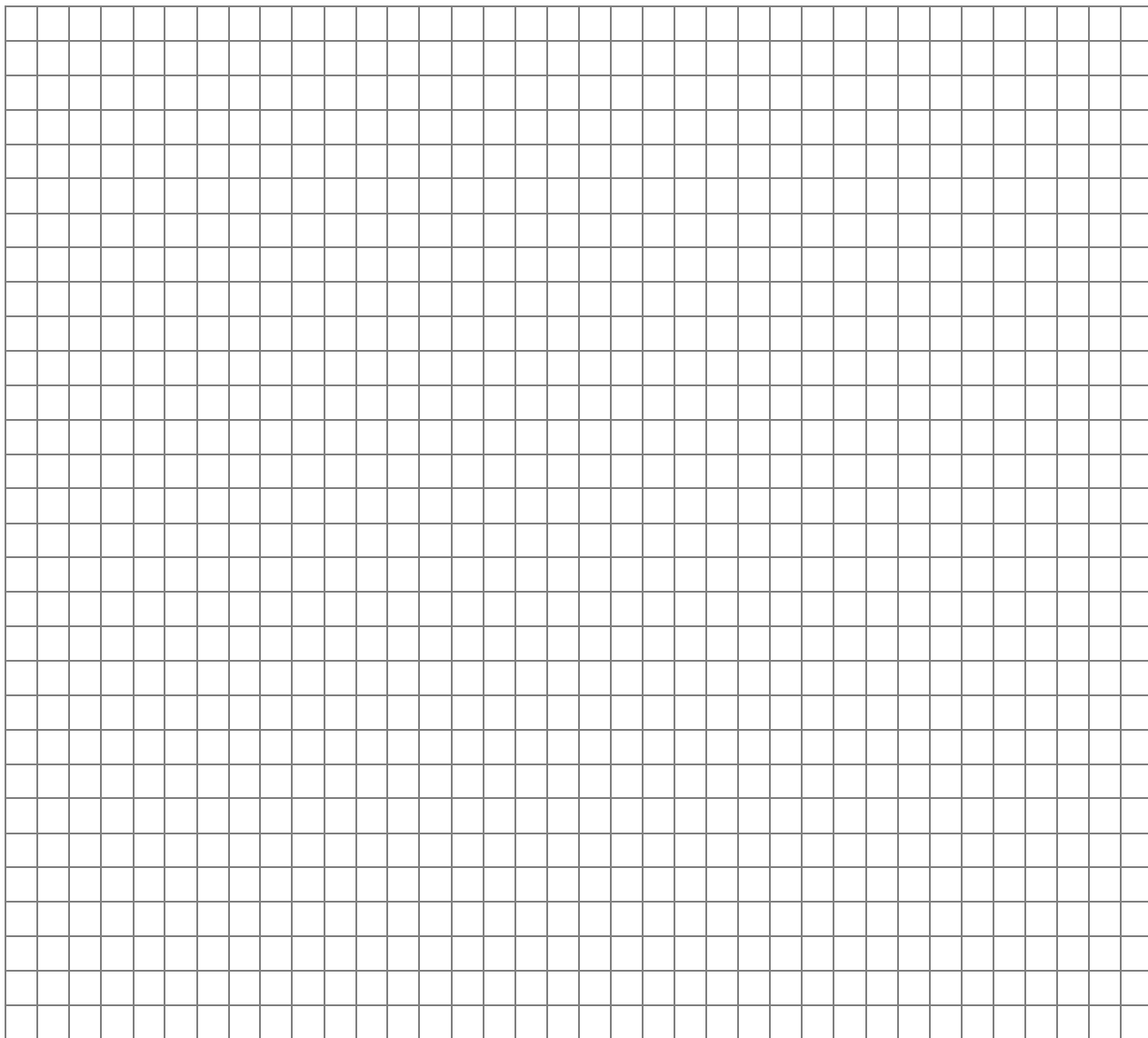
5p

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , dreptunghic în B , cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm și triunghiul dreptunghic isoscel AEB cu $AE = EB$. Punctele E și C sunt de aceeași parte a dreptei AB .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$ cm.



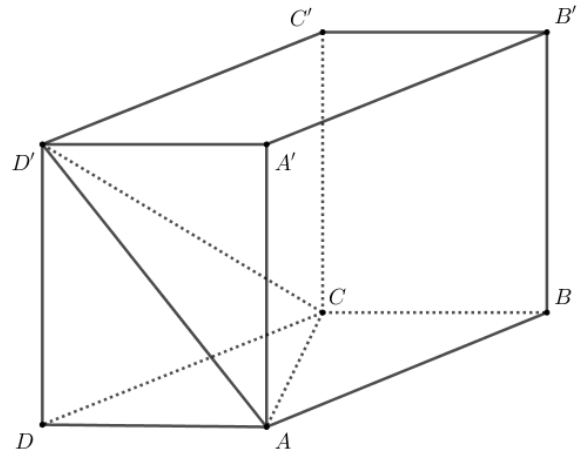
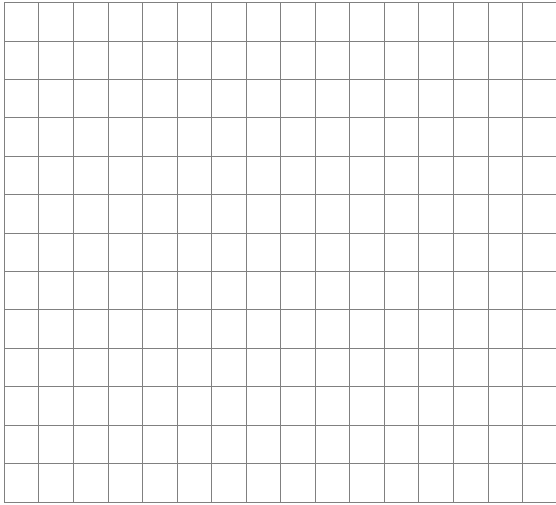
(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta AC .



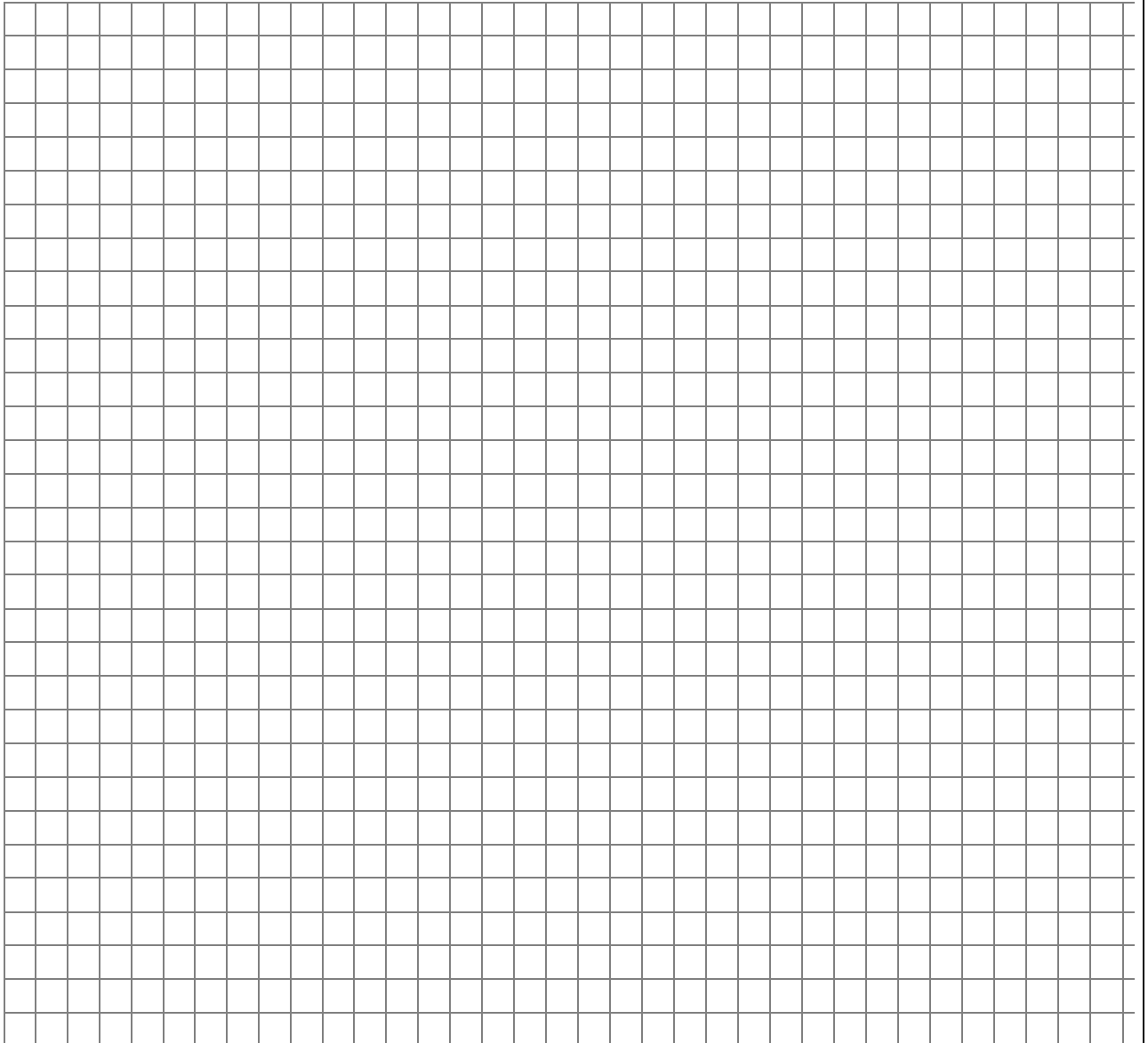
5p

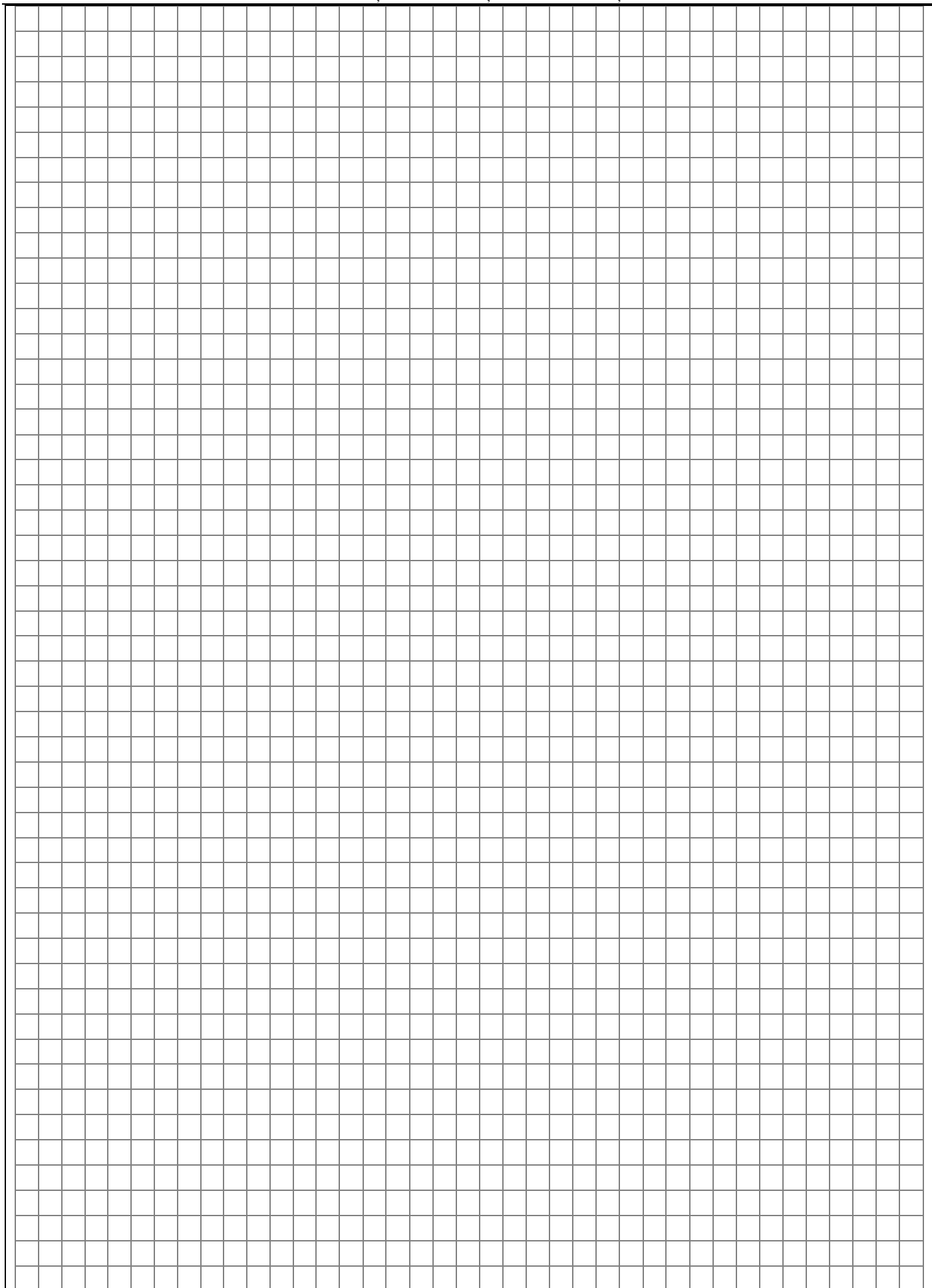
6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = AA' = 4\text{ cm}$ și $BC = 2\text{ cm}$.

(2p) a) Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 64 cm^2 .



(3p) b) Arată că dreapta NP este paralelă cu planul (ACD') , unde punctul N este proiecția punctului C' pe dreapta $B'D'$ și punctul P este proiecția punctului C' pe dreapta CB' .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\frac{30}{100} \left(x - \frac{20}{100} \cdot x \right) = \frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani	1p
	$\frac{24x}{100} < \frac{25x}{100} = \frac{1}{4} \cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	1p
	b) $\frac{x}{5} + \frac{6x}{25} + \left(\frac{6x}{25} + 20 \right) + 44 = x$ $\frac{17x}{25} + 64 = x$ $x = 200$ de lei	1p 1p 1p
2.	a) $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x}{3(x+3)} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} =$ $= \frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x+3)} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -3$ și $x \neq 0$	1p 1p

	b) $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 = \frac{x^2 + 9 - 6x}{3x} = \frac{(x-3)^2}{3x}$ $E(x) = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)} \cdot \frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x \neq -3$, $x \neq 0$, $x \neq 3$ $5 \cdot E(n) = \frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ și, cum n este număr natural, obținem $n=2$	1p 1p 1p
3.	a) $f(-2) = 0$ $2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0$ b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \angle MOB = 45^\circ$ $NP \perp Ox$, $P \in Ox \Rightarrow P(3,0)$, iar $\angle MON = \angle MOB + \angle BOP + \angle PON = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O și M sunt coliniare	1p 1p 1p 1p 1p
4.	a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$ b) $QN \parallel AB \parallel CD$, $PM \parallel BC \parallel AD$ și $\angle QAM = \angle PCN = 90^\circ$, deci $AMEQ$ și $CNEP$ sunt dreptunghiuri $PC \parallel AM \Rightarrow \triangle PEC \sim \triangle MEA \Rightarrow \frac{PE}{ME} = \frac{PC}{AM} = \frac{EC}{EA} = \frac{1}{2}$ $ME = 2 \cdot PE$, $AM = 2 \cdot PC \Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ} = AM \cdot ME = 4 \cdot PC \cdot PE = 4 \cdot \mathcal{A}_{CNEP}$	1p 1p 1p 1p 1p
5.	a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$ b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB \Rightarrow EM = \frac{AB}{2} = \sqrt{2} \text{ cm}$, BE bisectoarea $\angle ABC$, $EM \perp AB$, $M \in AB$ și $EN \perp BC$, $N \in BC$, de unde obținem $EM = EN = \sqrt{2} \text{ cm}$ $\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \mathcal{A}_{\triangle ABC} - \mathcal{A}_{\triangle AEB} - \mathcal{A}_{\triangle BEC} = \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{AB \cdot EM}{2} - \frac{BC \cdot EN}{2} = 2(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \frac{AC \cdot EP}{2}$, unde $EP \perp AC$, $P \in AC$, de unde $EP = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \text{ cm}$	1p 1p 1p 1p 1p
6.	a) $\mathcal{A}_t = 2 \cdot (AB \cdot AA' + BC \cdot AA' + AB \cdot BC) = 2 \cdot (16 + 8 + 8) = 2 \cdot 32 = 64 \text{ cm}^2$ b) $\triangle B'C'D' \equiv \triangle B'C'C \Rightarrow B'D' = B'C$ În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N = \frac{B'C'^2}{B'D'}$ și în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P = \frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N = B'P$ În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'} = \frac{B'P}{B'C} \Rightarrow NP \parallel D'C$, $D'C \subset (ACD') \Rightarrow NP \parallel (ACD')$	1p 1p 1p 1p 1p