

Prezenta lucrare conține ____ pagini

**SIMULAREA EXAMENULUI DE
EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2023-2024

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent

Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

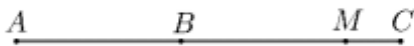
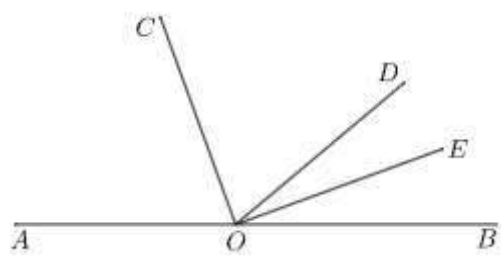
5p	1. Rezultatul calculului $20 : 10 \cdot 2$ este egal cu: a) 1 b) 4 c) 10 d) 20
5p	2. Numărul care reprezintă 20% din 120 este egal cu: a) 20 b) 24 c) 30 d) 100
5p	3. Produsul tuturor numerelor întregi din intervalul $(-2, 3]$ este egal cu: a) -6 b) 0 c) 6 d) 12
5p	4. Mulțimea valorilor întregi ale lui x pentru care $x^2 + 1 \leq 5$ este: a) $\{0, 1\}$ b) $\{-1, 0, 1\}$ c) $\{0, 1, 2\}$ d) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

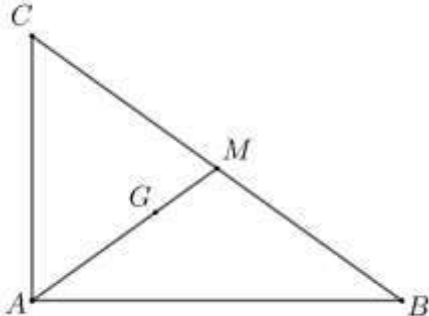
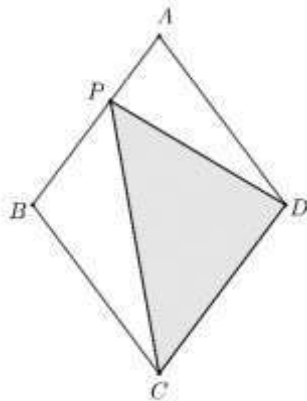
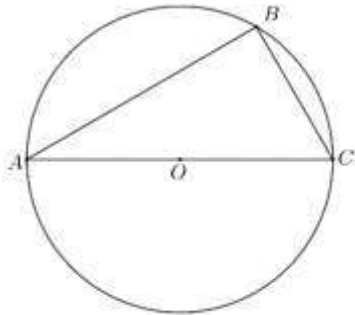
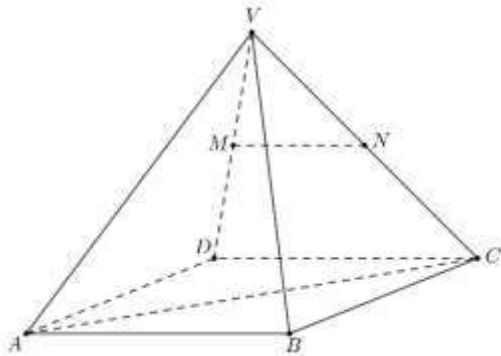
5p	5. Patru elevi, Adrian, Bogdan, Ciprian și Doru determină media aritmetică a numerelor reale $x = \sqrt{3} \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$ și $y = 3\sqrt{3} + \sqrt{2}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor: <table border="1"> <tr> <td>Adrian</td><td>$-3\sqrt{3}$</td></tr> <tr> <td>Bogdan</td><td>0</td></tr> <tr> <td>Ciprian</td><td>5</td></tr> <tr> <td>Doru</td><td>$3\sqrt{3}$</td></tr> </table> Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică este: a) Adrian b) Bogdan c) Ciprian d) Doru	Adrian	$-3\sqrt{3}$	Bogdan	0	Ciprian	5	Doru	$3\sqrt{3}$
Adrian	$-3\sqrt{3}$								
Bogdan	0								
Ciprian	5								
Doru	$3\sqrt{3}$								
5p	6. Elena are 18 ani, iar Mihai are 34 de ani. Afirmația: „În urmă cu doi ani, vârsta Elenei era jumătate din vârsta lui Mihai.” este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată, punctele A, B, M, C sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AM = 2BM$, $MB = 3MC$ și $AB = 3\text{cm}$. Lungimea segmentului AC este egală cu: a) 3cm b) 6cm c) 7cm d) 14cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, O, B, iar punctele C, D, E sunt situate de aceeași parte a dreptei AB, astfel încât semidreapta OE este bisectoarea unghiului DOB. Dreptele OC și OE sunt perpendiculare, iar măsura unghiului AOC este 70°. Măsura unghiului DOE este egală cu: a) 20° b) 30° c) 50° d) 70° 

5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, cu ipotenuza $BC = 12\sqrt{3}$ cm. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC, iar punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC, atunci lungimea segmentului AG este: a) $2\sqrt{3}$ cm b) $3\sqrt{3}$ cm c) $4\sqrt{3}$ cm d) $6\sqrt{3}$ cm 
5p	4. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$, iar punctul P este situat pe latura AB. Dacă aria rombului este egală cu $48\sqrt{3}$ cm², atunci aria triunghiului CDP este egală cu: a) $8\sqrt{3}$ cm² b) $8\sqrt{6}$ cm² c) $16\sqrt{3}$ cm² d) $24\sqrt{3}$ cm² 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centru O, diametrul AC, iar punctul B este situat pe cerc astfel încât măsura arcului mic AB este 120°. Măsura unghiului BAC este egală cu: a) 15° b) 30° c) 60° d) 120° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă regulată $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$. Dacă punctul M este mijlocul muchiei VD, iar punctul N este mijlocul muchiei VC, atunci măsura unghiului determinat de dreptele MN și AC este egală cu: a) 45° b) 60° c) 90° d) 135° 

(30 de puncte)

(2p) a) Este posibil ca în clasă să fie 6 bănci? Justifică răspunsul dat.

[illegible]

A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin black lines. The grid consists of small squares covering the entire area, with no margins or additional markings.

5p

2. Se consideră numerele $a = \left(\frac{2}{3\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{4}{\sqrt{18}} \right) \cdot \sqrt{32}$ și $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$.

(2p) a) Arată că numărul $a = 2$.

A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares arranged in a continuous pattern across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

(3p) b) Demonstrează că $\frac{1}{a \cdot b} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$.

A full-page sheet of white graph paper with a uniform black grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high, covering the entire area of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5p

3. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} \right) \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{4}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$.

(2p) a) Arată că $E(1) = 2$.

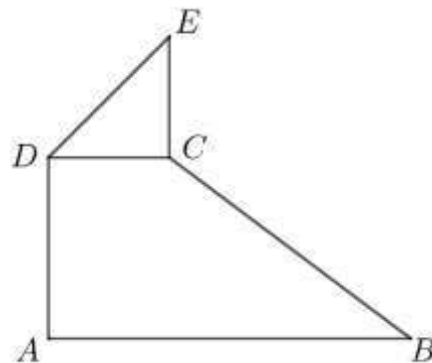
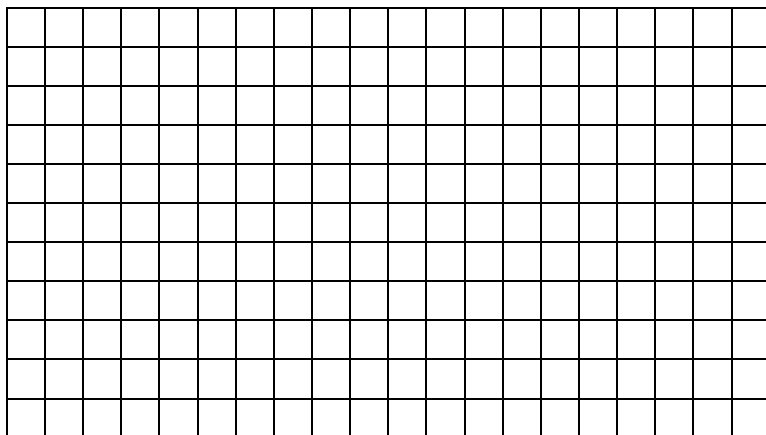
[illegible]

(3p) b) Determină valorile întregi ale lui n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

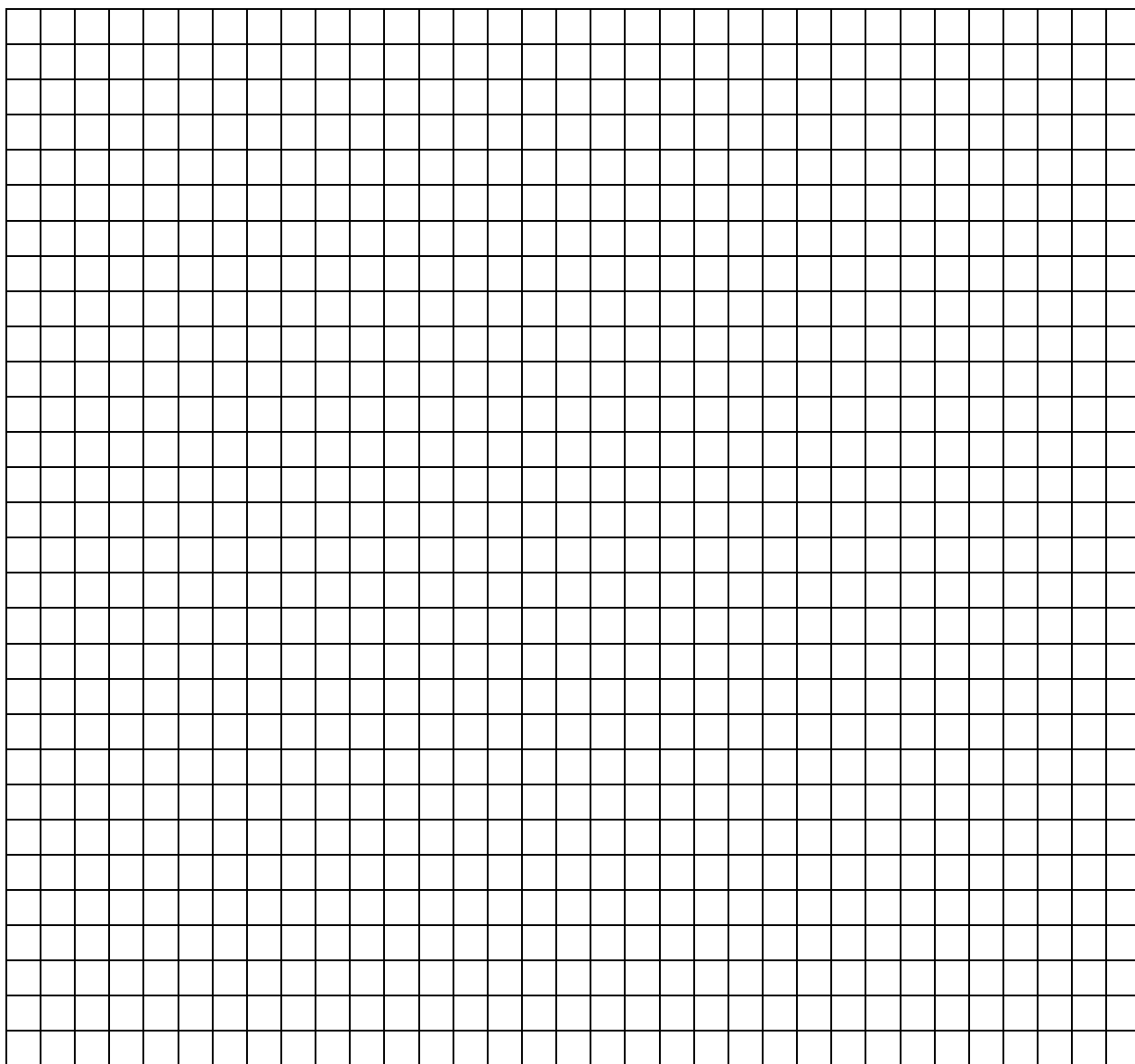
A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

- 5p** 4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB = 6\text{ cm}$, $CD = 2\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$, iar triunghiul DCE este dreptunghic isoscel cu $DC = EC$.

(2p) a) Arată că perimetrul trapezului este egal cu 16 cm.



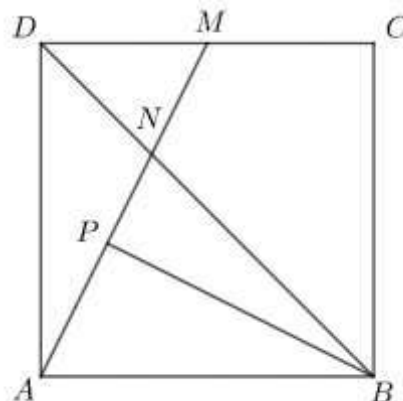
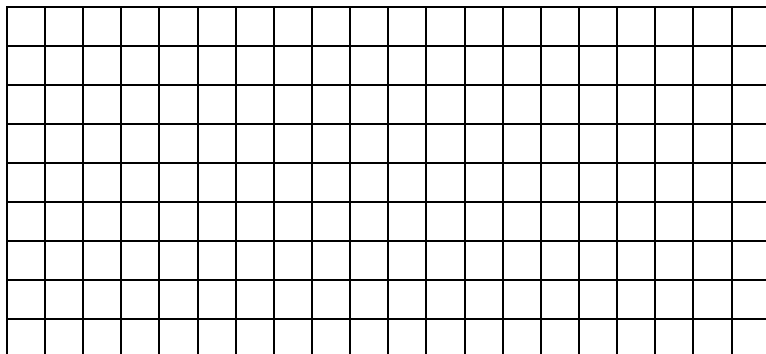
(3p) b) Calculează tangenta unghiului format de dreptele AD și BE .



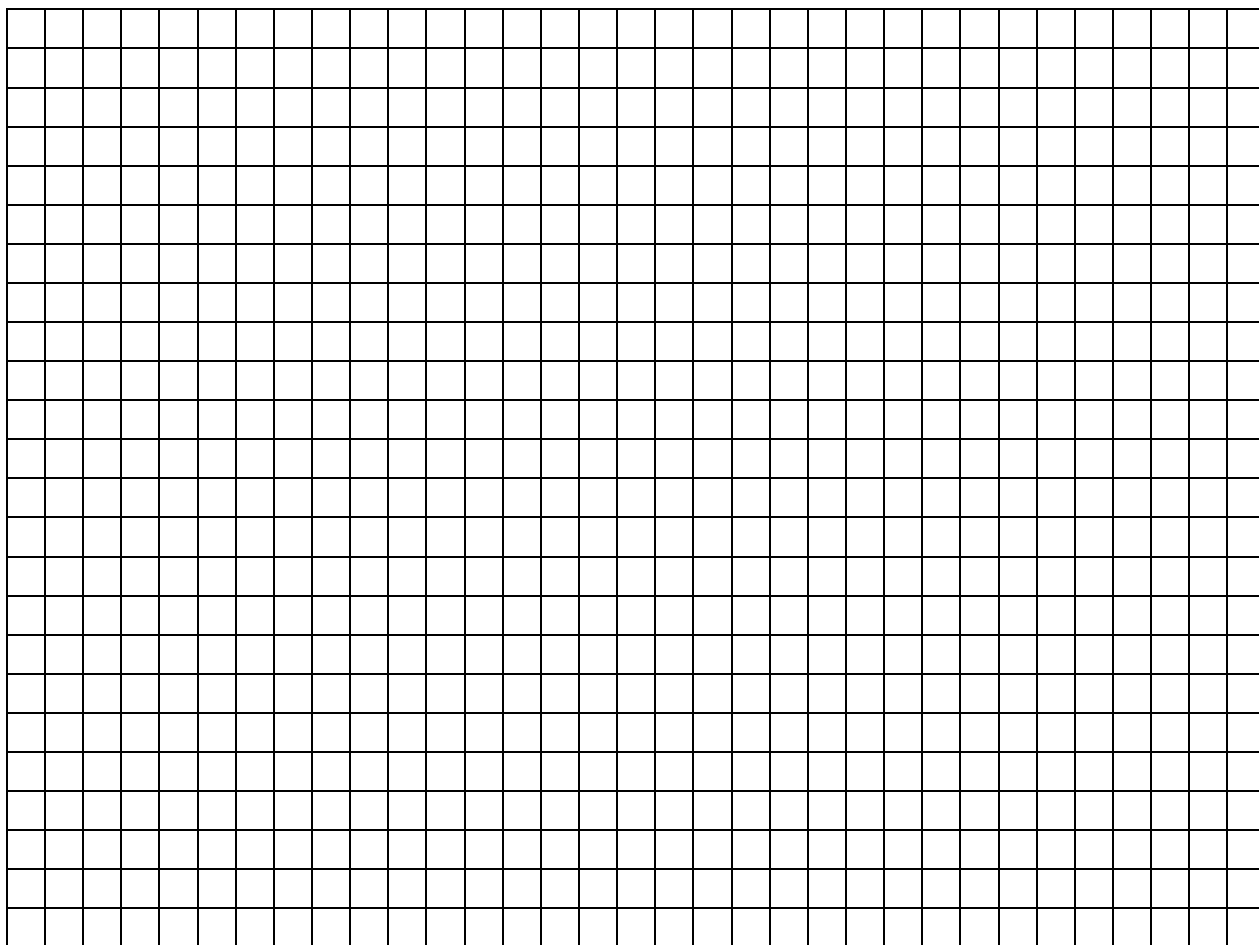
5p

5. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu $AB = 30\text{ cm}$, iar punctul M este mijlocul lui CD . Dreptele AM și BD se intersectează în punctul N , iar punctul P este pe segmentul AN astfel încât $BN = PN\sqrt{10}$.

(2p) a) Calculează aria pătratului $ABCD$.

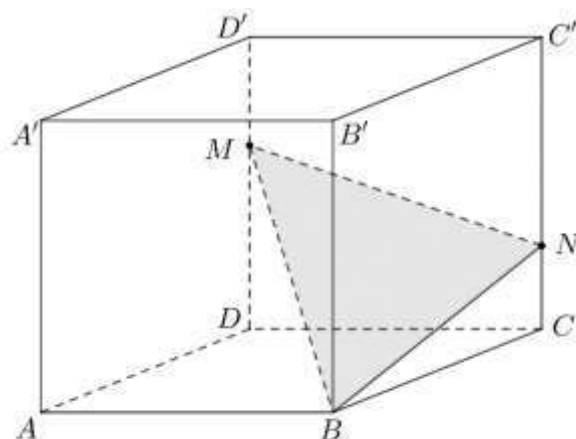
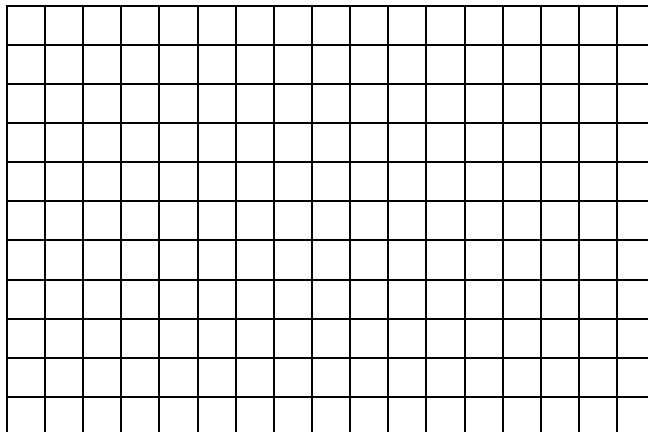


(3p) b) Arată că $BP \perp AM$.

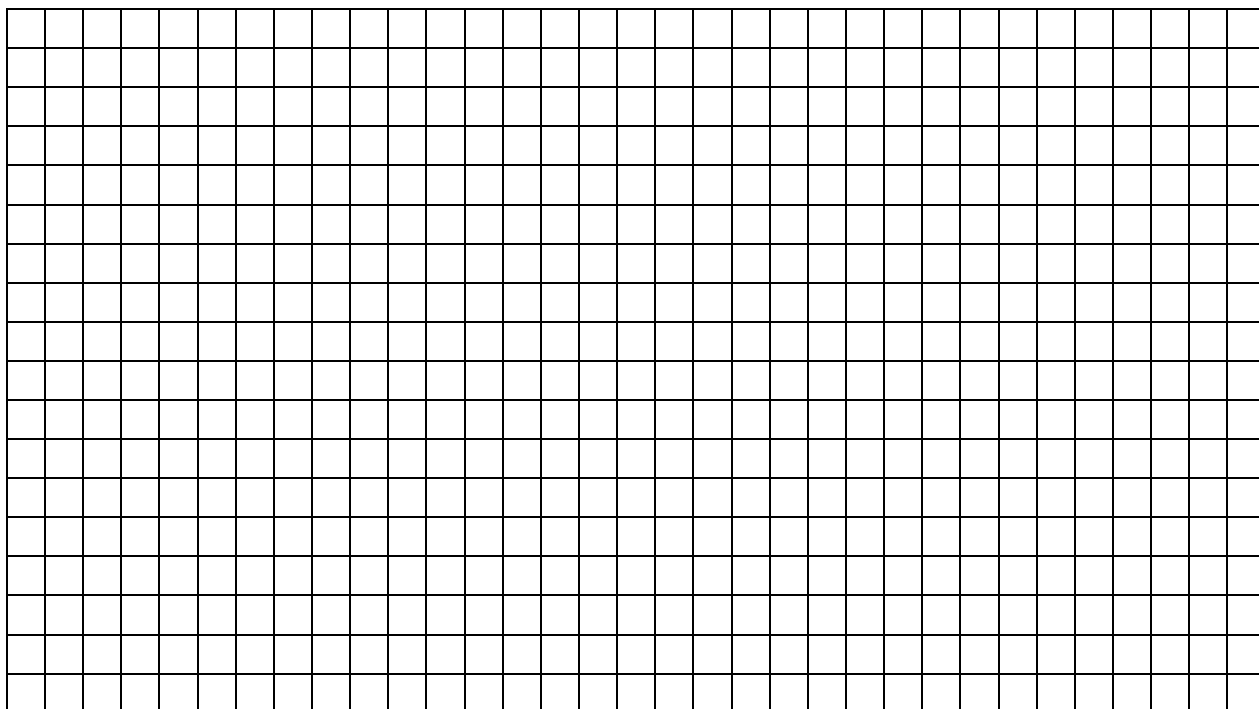


- 5p** 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$, iar $AB = 6\text{ cm}$. Punctul M se află pe segmentul DD' , astfel încât $DM = 4\text{ cm}$, iar punctul N se află pe segmentul CC' , astfel încât $CN = 2\text{ cm}$.

(2p) a) Arată că $MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}$.



(3p) b) Calculează distanța de la punctul M la dreapta de intersecție a planelor (MBN) și $(ABCD)$.



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023-2024

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Dacă ar fi 6 bănci în clasă, atunci numărul de elevi ar fi $3 \cdot 6 + 3 = 21$ Cum $4 \cdot (6 - 2) + 1 = 17 \neq 21 \Rightarrow$ nu este posibil ca în clasă să fie 6 bănci	1p 1p
----	---	----------

	b) $e = 3 \cdot b + 3$, iar $e = 4 \cdot (b - 2) + 1$ unde b este numărul de bănci din clasă, iar e este numărul elevilor din clasă $3b + 3 = 4b - 7 \Rightarrow b = 10$ $e = 33$	1p 1p 1p
2.	a) $a = \frac{8}{3} - 6 + \frac{16}{3} =$ $a = 8 - 6 = 2$	1p 1p
	b) $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ $a \cdot b = 2\sqrt{2}$ Cum $2 < 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{2\sqrt{2}} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a \cdot b} \in \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$	1p 1p 1p
3.	a) $E(1) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{12}{4} =$ $= \frac{4}{6} \cdot 3 = 2.$	1p 1p
	b) $E(x) = \left(\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}\right) \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} =$ $= \frac{2}{x(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{4} = \frac{x+3}{2x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$ $E(n) \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \{-3, -1, 1, 3\}$ și cum $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-2, -1, 0\} \Rightarrow n \in \{-3, 1, 3\}$	1p 1p 1p
4.	a) Fie $CF \perp AB, F \in AB \Rightarrow DCFA$ dreptunghi, deci $FB = 4\text{ cm} \Rightarrow AD = CF = 3\text{ cm}$ $\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 16\text{ cm}$	1p 1p
	b) $CF \perp AB, EC \perp DC, AB \parallel DC \Rightarrow E, C, F$ coliniare $AD \parallel EF \Rightarrow tg(AD, BE) = tg(EF, BE) = tgFEB$ $tgFEB = \frac{4}{5}$	1p 1p 1p
5.	a) $A_{ABCD} = AB^2 =$ $= 30^2 = 900\text{ cm}^2$	1p 1p
	b) $\triangle DNM \sim \triangle BNA \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{DM}{AB} = \frac{AN}{NM} \Rightarrow NB = 2DN$ Cum $DB = 30\sqrt{2}\text{ cm} \Rightarrow DN = 10\sqrt{2}\text{ cm}, NB = 20\sqrt{2}\text{ cm} \Rightarrow PN = 4\sqrt{5}\text{ cm}$ Fie $DE \perp AM, E \in AM \Rightarrow DE = \frac{DM \cdot AD}{AM} = 6\sqrt{5}\text{ cm} \Rightarrow NE = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ Cum $\frac{PN}{NE} = 2 = \frac{NB}{DN}, \angle DNE \equiv \angle PNB \Rightarrow \triangle NED \sim \triangle NPB \Rightarrow \angle NPB = 90^\circ \Rightarrow BP \perp AM$	1p 1p 1p
6.	a) $MD \perp (ABCD) \Rightarrow MD \perp DB$ $\triangle MDB$ dreptunghic în $D \Rightarrow MB^2 = MD^2 + DB^2 = 88 \Rightarrow MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}$	1p 1p
	b) Fie $MN \cap DC = \{P\} \Rightarrow (MNB) \cap (ABCD) = BP$	1p

	Cum $NC \parallel MD, NC = \frac{MD}{2} \Rightarrow NC$ este linie mijlocie în triunghiul $MPD \Rightarrow CP = 6\text{ cm}$ $BC = CP \Rightarrow \triangle BCP$ dreptunghic isoscel, deci $\angle DBP = \angle DBC + \angle CBP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ $MD \perp (ABCD), DB \perp BP, DB, BP \subset (ABCD) \xRightarrow{T3 \perp} MB \perp BP \Rightarrow d(M, BP) = MB = 2\sqrt{22}\text{ cm}$	1p 1p
--	--	-----------------------------------