

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Simulare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Determinați perechea (a, b) de numere reale pentru care $\frac{3+i}{3-i} = a + bi$, unde $i^2 = -1$. |
| 5p | 2. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} x^2 + x + m = 0\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} x^2 + mx + 1 = 0\}$. Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că $A \cap B = \{1\}$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $2 + \sqrt{2-x} = 3x$. |
| 5p | 4. Care este probabilitatea ca, alegând o submulțime din mulțimea submulțimilor mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, aceasta să conțină elementul 2. |
| 5p | 5. Fie ABC un triunghi cu $AB = 3$ și $AC = 5$. Dacă M este mijlocul laturii BC , calculați $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$. |
| 5p | 6. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $tg x = -3$, calculați $\sin 2x + \cos 4x$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 0 \\ 0 & (1-x)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(4)) = -27$. |
| 5p | b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y - xy)$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | c) Calculați $A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdot \dots \cdot A(2026)$. |
| | 2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy + 3x - y$. |
| 5p | a) Rezolvați ecuația $(x + 1) \circ x = 9, x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Arătați că legea $\circ$ nu este asociativă. |
| 5p | c) Dați exemplu de două numere $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ astfel încât $a \circ b \in \mathbb{Z}$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^x$. |
| 5p | c) Să se determine valorile lui $a, a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale. |

2. Se consideră funcțiile:

$$f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x + \frac{x-2}{x}$$

$$F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = e^x + x - \ln x^2.$$

- 5p** a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă.
5p c) Să se calculeze $\int (x f(x) + F(x)) dx$

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1	$z = \frac{3+i}{3-i} = \frac{(3+i) \cdot (3+i)}{(3+i) \cdot (3-i)} = \frac{9+6i-1}{10} = \frac{8+6i}{10} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ $z = a + bi \Rightarrow a = \frac{4}{5}, b = \frac{3}{5}$	3p 2p
2	$1 \in A \Rightarrow 1 + 1 + m = 0 \Rightarrow m = -2$; $1 \in B \Rightarrow 1 + m + 1 = 0 \Rightarrow m = -2$ Pentru $m = -2$ avem $A = \{-2, 1\}$; $B = \{1\}$; $A \cap B = \{1\}$	2p 3p
3	$2 - x = 9x^2 - 12x + 4$ adică $9x^2 - 11x + 2 = 0$ Obținem $x = \frac{2}{9}$ care nu convine sau $x = 1$ care convine	2p 3p
4	Nr. cazuri posibile: 2^5 (nr. submulțimilor mulțimii A) Nr. cazurilor favorabile: 2^4 , deci $p = \frac{1}{2}$	2p 3p
5	$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(AC^2 - AB^2) = \frac{1}{2}(25 - 9) = 8$	2p 3p
6	$\sin 2x = \frac{2 \cdot \tan x}{1 + \tan^2 x} = -\frac{3}{5}$ $\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x = \frac{7}{25}$, deci $\sin 2x + \cos 4x = -\frac{8}{25}$	2p 3p
SUBIECTUL al II -lea		(30 de puncte)
1.a	$\det(A(4)) = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= -27 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = -27$	3p 2p
1.b	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} (1-x)(1-y) & 0 & 0 \\ 0 & (1-x)^2(1-y)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 - (x+y-xy) & 0 & 0 \\ 0 & (1 - (x+y-xy))^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(x+y-xy)$	3p 2p
1.c	Observăm că $A(x) \cdot A(y) = A(1 - (1-x)(1-y))$ Atunci $A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdot \dots \cdot A(2026) = A(1 + (-1)^{2024} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2025) = A(1 + 2025!)$	3p 2p

Probă scrisă la matematică $M_mate-info$

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

2.a	Ecuția este echivalentă cu $2(x+1)x + 3(x+1) - x = 9$ Se obține $x^2 + 2x - 3 = 0$, cu soluțiile $x_1 = -3$ și $x_2 = 1$	3p 2p
2.b	Se calculează, de exemplu, $(1 \circ 2) \circ 3 = 42$ și $1 \circ (2 \circ 3) = 18$. Deoarece $(1 \circ 2) \circ 3 \neq 1 \circ (2 \circ 3)$, legea $\circ$ nu este asociativă.	3p 2p
2.c	$x \circ y = (2x - 1)\left(y + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$; Fie de exemplu, $2a - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}+2}{4} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Se calculează $a \circ b = 2 \in \mathbb{Z}$	2p 3p
SUBIECTUL al III -lea		(30 de puncte)
1.a	$f'(x) = \frac{(x-1)\sqrt{x^2+1} - (x-1)(\sqrt{x^2+1})'}{x^2+1}$ $= \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1)\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.	2p 3p
1.b	$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x-1)^2}{x^2+1}\right)^{\frac{x}{2}} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{-2x}{x^2+1}\right)^{\frac{x^2+1}{-2x}} \right]^{\frac{-x^2}{x^2+1}} = e^{-1}$	2p 3p
1.c	Funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$, cu $f'(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Rezultă că f este strict descrescătoare pe $(-\infty, -1)$ și strict crescătoare pe $(-1, \infty)$. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$, $f(-1) = -\sqrt{2}$. Deoarece f e continuă pe $\mathbb{R}$ se obține $a \in (-\sqrt{2}, -1)$	2p 3p
2.a	F este derivabilă și $F'(x) = (e^x)' + x' - 2(\ln x)' = e^x + 1 - \frac{2}{x}$ $= e^x + \frac{x-2}{x} = f(x)$.	3p 2p
2.b	Fie G o primitivă a lui f , atunci $G'(x) = f(x)$, $G''(x) = e^x + \frac{2}{x^2}$ Deoarece $G''(x) = e^x + \frac{2}{x^2} > 0$ pentru orice număr real pozitiv, așadar orice primitivă a funcției f este convexă.	3p 2p
2.c	$\int (xf(x) + F(x)) dx = \int (xF(x))' dx =$ $= xF(x) + \mathcal{C} = x(e^x + x - \ln x^2) + \mathcal{C}$	3p 2p