

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică – informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = \frac{7-19i}{9+i}$.
- 5p 2. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + mx + m + 3$ este tangentă la axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{x-2} + x = 8$.
- 5p 4. Să se determine termenul care nu-l conține pe x din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{2025}, x > 0$.
- 5p 5. Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC} = -2\vec{i} + 6\vec{j}$. Determinați lungimea segmentului $[BC]$.
- 5p 6. Se consideră $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b = \frac{\pi}{12}$. Arătați că $2 \cos 2a = \sin 2b + \sqrt{3} \cos 2b$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + y + z = a - 1 \\ x + ay + 2z = -1 \end{cases}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Aflați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(A) = 0$,
- 5p b) Aflați soluția (x_0, y_0, z_0) în cazul în care sistemul este compatibil determinat.
- 5p c) Să se arate că pentru orice $a \in \mathbb{R}$ sistemul este compatibil.
2. Se consideră legea de compoziție $x * y = 3xy + 4x + 4y + 4$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că: $x * (2 - x) \leq 15, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că mulțimea $H = \left[-\frac{4}{3}, -1\right]$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu „*”.
- 5p c) Arătați că, dacă $x * x = y$ și $y * y = x$ atunci $x = y$.

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$.
- 5p a) Arătați că funcția f este strict crescătoare.
- 5p b) Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că pentru $m \in \left(0, \frac{1}{e}\right)$ ecuația $f(x) = mx^2$ are exact 2 rădăcini reale distincte.
2. Fie funcțiile $f, F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x+2)\sqrt{x+1}$ și $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x+1}$.
- 5p a) Aflați $a, b, c \in \mathbb{R}$, știind că F este primitiva lui f .
- 5p b) Arătați că orice primitivă G a funcției f este strict crescătoare.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x^2 - 1}$, știind că G este o primitivă oarecare a funcției f .

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

Barem de notare și evaluare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$ z = \frac{ 7 - 19i }{ 9 + i }$ $ z = \frac{\sqrt{7^2 + (-19)^2}}{\sqrt{9^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{410}}{\sqrt{82}} = \sqrt{5}$	2p 3p
2.	G_f este tangent la axa $Ox \Rightarrow \Delta = 0$ $m^2 - 4m - 12 = 0$, de unde $m = 6$ sau $m = -2$	2p 3p
3.	$x - 2 = (8 - x)^2$, de unde obținem $x^2 - 17x + 66 = 0$ $x = 6$ care convine și $x = 11$ care nu convine	3p 2p
4.	$T_{k+1} = C_{2025}^k \cdot (\sqrt[3]{x})^{2025-k} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = C_{2025}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{2025-k}{3} \cdot \frac{k}{2}}$ T_{k+1} nu-l conține pe $x \Rightarrow k = 810$, deci T_{811} nu conține x	3p 2p
5.	$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -6\vec{i} + 8\vec{j}$ $BC = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$	3p 2p
6.	$2a = \frac{\pi}{6} - 2b$, de unde $\cos 2a = \cos \frac{\pi}{6} \cos 2b + \sin \frac{\pi}{6} \sin 2b$ Concluzia	3p 2p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A) = 2 + a^2 + 1 - 1 - a - 2a = a^2 - 3a + 2$ $a^2 - 3a + 2 = 0$, de unde $a = 2$ sau $a = 1$	3p 2p
b)	$\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \xrightarrow{\text{Cramer}} x = \frac{d_x}{d}, y = \frac{d_y}{d}, z = \frac{d_z}{d}, d = \det(A) = a^2 - 3a + 2$ $d_x = d, d_y = 0, d_z = -d$, de unde $(x, y, z) = (1, 0, -1)$	2p 3p
c)	Dacă $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ atunci sistemul este compatibil determinat Dacă $a = 2$, $d_p = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1$ și $d_{car} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$, deci sistemul este compatibil Dacă $a = 1$, $d_p = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$ și $d_{car} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$, deci sistemul este compatibil	1p 2p 2p
2.a)	$x * (2 - x) = -3x^2 + 6x + 12, \forall x \in \mathbb{R}$ $-3x^2 + 6x + 12 = -3(x - 1)^2 + 15 \leq 15, \forall x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$x * y = 3 \left(x + \frac{4}{3}\right) \left(y + \frac{4}{3}\right) - \frac{4}{3}, x, y \in \mathbb{R}$	1p

	$x, y \in H \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ și $-\frac{4}{3} \leq y \leq -1$, de unde $0 \leq x + \frac{4}{3} \leq \frac{1}{3}$ și $0 \leq y + \frac{4}{3} \leq \frac{1}{3}$ $0 \leq \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(y + \frac{4}{3}\right) \leq \frac{1}{9}$, de unde $x * y \in H$, deci H este parte stabilă.	2p 2p
c)	Obținem $x * x * x * x = x$, de unde $3^3 \left(x + \frac{4}{3}\right)^4 - \frac{4}{3} = x$, cu soluțiile $x = -\frac{4}{3}$ și $x = -1$ Pentru $x = -\frac{4}{3}$, obținem $y = -\frac{4}{3}$, iar pentru $x = -1$, obținem $y = -1$, deci $x = y$	3p 2p

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{x+1}{x} \cdot e^{-\frac{1}{x}}$ $f'(x) > 0, \forall x \in (0, +\infty)$, deci f este strict crescătoare pe $(0, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$, deci G_f nu are asimptotă orizontală spre $+\infty$ $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$, $n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-\frac{1}{x}} - 1) = -1$, deci dreapta de ecuație $y = x - 1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la G_f	1p 3p 1p
c)	$f(x) = mx^2, x \in (0, +\infty) \Leftrightarrow \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x} = m, x \in (0, +\infty)$ Funcția $g(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x} - m, x \in (0, +\infty)$ are punctul de maxim $x_0 = 1$ și valoarea maximă $g(1) = \frac{1}{e} - m > 0$, pentru $m \in \left(0, \frac{1}{e}\right)$ Pentru $m \in \left(0, \frac{1}{e}\right)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -m < 0$ și $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -m < 0$ Deci ecuația are exact 2 rădăcini reale distincte.	2p 2p 1p
2.a)	F este primitiva lui $f \Rightarrow F$ este derivabilă și $F'(x) = f(x), x \in (-1, +\infty)$ Atunci $(2ax + x)\sqrt{x+1} + (ax^2 + bx + c) \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = (x+2)\sqrt{x+1}, \forall x \in (-1, +\infty)$ $a = \frac{2}{5}, b = \frac{22}{15}, c = \frac{16}{15}$ Obs. Se putea calcula $\int f(x)dx$.	1p 2p 2p
b)	G este primitiva lui $f \Rightarrow G$ este derivabilă și $G'(x) = f(x), x \in (-1, +\infty)$ Deci $G'(x) = (x+2)\sqrt{x+1} > 0, \forall x \in (-1, +\infty)$ În concluzie, G este strict crescătoare	1p 2p 2p
c)	Deoarece G este derivabilă, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x-1} = G'(1) = f(1) = 3\sqrt{2}$ Atunci $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$	3p 2p