

Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Să se determine $z \in \mathbb{C}$ dacă $z - \bar{z} + |z| = 7$.
- 5p** 2. Determinați numărul real pozitiv m pentru care dreapta $x = 2$ este axă de simetrie a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \cdot x^2 - (m^2 - 1) \cdot x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2^2 x^3 - 12 \cdot \log_4 x - 3 = 0$.
- 5p** 4. Determinați numărul de numere naturale de trei cifre care au exact două cifre egale.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$ și $C(0, -2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin C la AB .
- 5p** 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Y = (1 \ 3 \ 2)$, $B = I_3 + A$,
 $C = I_3 + a \cdot A$, cu $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se calculeze $S = A - X \cdot Y$.
- 5p** b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $B \cdot C = I_3$.
- 5p** c) Să se arate că $A^{n+1} = 14 \cdot A^n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x - 4) \cdot (y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2026$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale a , b și c , știind că $a < b < c$ și $a * b * c = 66$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + a + 1, & x \leq 1 \\ x^2 + a^2 x, & x > 1 \end{cases}$, unde a este un număr real.
- 5p** a) Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x = 1$.
- 5p** b) Pentru $a = 2$, calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x) + x} \right)$.
- 5p** c) Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$.
- 5p a) Calculați $\int (x^2+1) \cdot f(x) dx$.
- 5p b) Determinați funcția $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitivă a funcției f , pentru care $G(1) = \ln 2$.
- 5p c) Calculați $\int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx$.

Simulare-Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Fie $z = x + iy$, atunci avem $x + iy - x + iy + \sqrt{x^2 + y^2} = 7, x, y \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2 + y^2} + 2yi = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 7 \\ 2y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_{1,2} = \pm 7 \\ y = 0 \end{cases}$ $z \in \{-7, 7\}$	2p 1p 1p 1p
2.	$\frac{m^2 - 1}{4} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 9 = 0$ $m = -3$ nu convine, $m = 3$ convine	3p 2p
3.	$\begin{cases} x > 0 \\ x^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0, +\infty)$ $\log_2^2(x^3) = 9 \log_2^2 x$ Ecuația devine $9 \log_2^2 x - 6 \log_2 x - 3 = 0$, notăm $\log_2 x = t$ $\Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0; t_1 = 1, t_2 = -\frac{1}{3}$ deci $x_1 = 2 > 0, x_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} > 0 \Rightarrow x \in \left\{2; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right\}$	1p 1p 2p 1p
4.	Numerele naturale de trei cifre care au exact două cifre egale sunt de forma $\overline{aab}, \overline{aba}$ sau $\overline{baa}$ unde a și b sunt cifre distincte. Sunt $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{aab}$, $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{aba}$ și $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{baa}$ cu a și b cifre distincte, deci numărul cerut este $81 \cdot 3 = 243$.	2p 3p
5.	$m_{AB} = \frac{1}{3}, d \parallel AB \Rightarrow m_d = \frac{1}{3}$, unde d este paralela prin C la AB $d: y = \frac{1}{3}x - 2$	3p 2p

6.	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{3}{5}$	3p
	$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$X \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$	3p
	$S = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = O_3$	2p
b)	$B \cdot C = (I_3 + A) \cdot (I_3 + a \cdot A) = I_3 + a \cdot A + A + a \cdot A^2 = I_3 + (a+1) \cdot A + a \cdot A^2$	2p
	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 42 & 28 \\ 42 & 126 & 84 \\ 28 & 84 & 56 \end{pmatrix} = 14 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = 14 \cdot A$	2p
	$B \cdot C = I_3 + (15 \cdot a + 1) \cdot A = I_3 \Leftrightarrow 15 \cdot a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{15}$	1p
c)	Inducție matematică: $P(n): A^{n+1} = 14 \cdot A^n, n \in \mathbb{N}^*$	
	$P(1): A^2 = 14 \cdot A$ este adevărat din b)	2p
	Presupunem $P(n)$ adevărată și arătăm că și $P(n+1)$ este adevărată. Pentru $n+1$, avem $A^{n+2} = A^{n+1} \cdot A = 14 A^n \cdot A = 14 \cdot A^{n+1}$.	3p
2.a)	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$	2p
	$= x \cdot (y - 4) - 4 \cdot (y - 4) + 4 = (x - 4) \cdot (y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	3p
b)	$x * 4 = 4 * y = 4$, pentru orice numere reale x și y	2p
	$1 * 2 * 3 * \dots * 2026 = ((1 * 2 * 3) * 4) * (5 * \dots * 2026) = 4 * (5 * \dots * 2026) = 4$	3p
c)	$(a-4) \cdot (b-4) \cdot (c-4) = 62$, unde a, b , și c sunt numere naturale și $a < b < c$	1p
	$\begin{cases} a-4 = -2 \\ b-4 = -1 \\ c-4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 35 \end{cases}$	2p
	$\begin{cases} a-4 = 1 \\ b-4 = 2 \\ c-4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \\ c = 35 \end{cases}$	
		2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	f este continuă în $x = 1 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = f(1)$	2p
	$a + 3 = 1 + a^2 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -1$ și $a_2 = 2$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 4x + x}) =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + 5x}} = -\frac{1}{2}$	3p
c)	Fie $g : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) + 2^x = 2 \cdot x + 2^x$	2p
	Cum g este continuă pe $[-1, 0]$, $g(-1) = -\frac{3}{2} < 0$ și $g(0) = 1 > 0$, ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.	3p
2.a)	$\int (x^2 + 1) \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx = \int (x^2 + 2x + 1) dx = \int x^2 dx + 2 \cdot \int x dx + \int 1 dx =$	3p
	$= \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$	2p
b)	$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx = \int 1 dx + \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln(x^2 + 1) + C$	2p
	$G(x) = x + \ln(x^2 + 1) + C$, $C \in \mathbb{R}$	1p
	$G(1) = 1 + \ln 2 + C = \ln 2 \Leftrightarrow C = -1$	1p
	$G(x) = x + \ln(x^2 + 1) - 1$	1p
c)	$f(x) = t$, $f'(x) dx = dt$, $\int e^t dt = e^t + C$	3p
	$\Rightarrow \int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C$	2p