

Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E.c

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Filiera teoretică, profilul real, științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se determine numărul complex z , știind că $z + 5\bar{z} = 12 + 8i$.
- 5p 2. Să se determine valoarea maximă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x^2 + 4x$.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, \dots, 120\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea M , acesta să se dividă cu 11.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy consideră punctele $A(1, 2), B(-2, 3)$ și $C(6, 5)$. Determinați ecuația înălțimii din A a triunghiului ABC .
- 5p 6. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $\sin x = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ 4 & 1 & m \\ 1 & -m & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} 2x + y + mz = 4 \\ 4x + y + mz = 6, \quad m \in \mathbb{R}. \\ x - my - z = -1 \end{cases}$$
- 5p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluția $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det A \geq 0$.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m , pentru care sistemul admite o soluție unică cu componentele numere naturale.
2. Pe mulțimea $M = [2, \infty)$ se definește legea de compoziție
- $$x * y = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}.$$
- 5p a) Arătați că $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p b) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p c) Determinați numărul $x \in M$ pentru care $\sqrt{x} * \sqrt[4]{x} = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$.
- 5p a) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .
- 5p b) Determinați punctul de extrem al funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{2x}$.
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1+2x-x^2}{1+2x^2+x^4}$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{x^2+ax}{x^2+b}, a, b \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Să se calculeze $\int (x^2 + 1)f(x)dx$.
- 5p c) Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe intervalul $[3, \infty)$.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Fie $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Ecuația devine $a + bi + 5 \cdot (a - bi) = 12 + 8i$ Obținem $a = 2, b = -2$, deci $z = 2 - 2i$	1p 2p 2p
2.	$y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta = 16$ $y_{\max} = 2$.	2p 1p 2p
3.	$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 13 = 39$ $3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 2$	3p 2p
4.	Număr cazuri posibile: 121 Cazuri favorabile: $0, 11 \cdot 1, 11 \cdot 2, \dots, 11 \cdot 10$, deci numărul cazurilor favorabile este 11. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{11}{121} = \frac{1}{11}$	2p 2p 1p
5.	Fie h din înălțimea din $A \Rightarrow m_h \cdot m_{BC} = -1$ $m_{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_h = -4$ Ecuația înălțimii este $y = -4x + 6$	1p 2p 2p
6.	Se obține $\cos x = -\frac{4}{5}$. Atunci $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 - 4\sqrt{3}}{10}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1	a) Se înlocuiește soluția în fiecare ecuație a sistemului Se obține $m=3$	3 p 2p
---	--	-----------

	b) $\det A = 2(1 - m^2)$ $\det A \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1, 1]$	2 p 3p
	c) Sistemul admite soluție unică $\Leftrightarrow \det A \neq 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ Se obțin soluțiile $x = 1, y = \frac{2}{m+1}, z = \frac{2}{m+1}$ Soluțiile sunt numere naturale $\Leftrightarrow m + 1 \in D_2 \Leftrightarrow m \in \{0, 1\}$ Convine doar $m = 0$	1 p 2 p 1 p 1p
2	a) Se verifică $x * 2 = x, \forall x \in M$ $2 * x = x, \forall x \in M$, deci $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.	2p 3p
	b) Definiția elementului simetrizabil x' $x * x' = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x'^2} - 4 = 2 \Rightarrow x' = \pm \sqrt{8 - x^2}$. Din condițiile $x' \geq 2$ și $8 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4$ Singurul element simetrizabil este $x = 2$.	1p 1p 2p 1p
	c) $\sqrt{x} * \sqrt[4]{x} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x + \sqrt{x}} - 4 = 4 \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 4 = 16$. Notăm $\sqrt{x} = t, t \geq 0$. Ecuația devine $t^2 + t - 20 = 0$. Se obține soluția $x = 16$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $-\infty$. Nu există asimptote verticale	2 p 2p 1p												
	b) $f'(x) = \frac{4-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$\sqrt{2}$</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	+	-	$f(x)$		$\sqrt{2}$		2 p 2p 1p
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
	$f'(x)$	+	+	-										
$f(x)$		$\sqrt{2}$												
Observăm ca $x = 2$ este punct de maxim al funcției.														
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x+2)^2}{x^2+4} \right)^x$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4x}{x^2+4} \right)^x = e^4$	2 p 3 p													
2.	a) Obținem prin derivare $F'(x) = \frac{-ax^2+2bx+ab}{(x^2+b)^2}$ $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = b = 1$	3p 2p												

	$\text{b)} \int (x^2 + 1)f(x)dx = \int \frac{1+2x-x^2}{x^2+1} dx = \int \frac{2}{x^2+1} dx + \int \frac{2x}{x^2+1} dx - \int \frac{x^2+1}{x^2+1} dx = 2\arctg x + \ln(x^2 + 1) - x + C.$	1p 2p 2p										
	c) Fie $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a funcției f. Atunci $G'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$1 - \sqrt{2}$</td><td>$1 + \sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-</td><td>-</td><td>- 0 + 0 -</td><td>- - - - -</td></tr></table> Din tabel deducem că $f(x) < 0, x \forall \geq 3 \Leftrightarrow G'(x) < 0, \forall x \geq 3$, deci orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe intervalul $[3, \infty)$.	x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$	$f(x)$	-	-	- 0 + 0 -	- - - - -	2p 2p 1p
x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$								
$f(x)$	-	-	- 0 + 0 -	- - - - -								