

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
Simulare județeană 12.05.2026

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1) Arătați că media aritmetică a numerelor $a = \log_5 50 - \log_5 2$ și $b = 5^1 + 5^2$ este egală cu 16.
- 5p** 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 1$. Determinați numărul natural a pentru care $f(a+1) - f(a) = 2026 + f(0)$.
- 5p** 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$.
- 5p** 4) Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{A_{2026}^1, C_{2026}^2, P_3\}$ acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p** 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3), B(1,-1)$ și $C(-3,-2)$. Arătați că unghiul BAC are măsura egală cu 45° .
- 5p** 6) Arătați că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră matricele $X(a) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(X(0)) = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real $a > 2$ astfel încât $\det(X(a) \cdot X(a-1)) = 0$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $X(a) \cdot B = B \cdot X(a)$.
- 2) Se consideră polinoamele $f = X^{2026} - X + 5$ și $g = X^{2026} - X^3$.
- 5p** a) Arătați că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este un număr impar.
- 5p** b) Determinați câtul împărțirii polinomului $f - g$ la $X + 2$.
- 5p** c) Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului $f - g$, arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < \pi - 1$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consider funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 4}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 4)^2}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați coordonatele punctului de extrem al graficului funcției f și precizați natura acestuia.
- 5p** c) Demonstrați că $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq -\frac{1}{5}$, pentru orice $x \in [-1, 0]$.
- 2) Se consider funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^e \frac{x \cdot f(x) - 1}{x^2} dx = 2e - 1$.

- 5p** | b) Arătați că $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + \ln x + 2026$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** | c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = f(x) \cdot \ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_{tehnologic}
Simulare județeană 12.05.2026
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$a = \log_5 25 = 2, \quad b = 5 + 25 = 30$ $m_a = \frac{2+30}{2} = \frac{32}{2} = 16$	2p 3p
2.	$a^2 + a + 1 - a^2 - 1 = 2026 + 1$ $a = 2027$ care convine	3p 2p
3.	$4 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 1 = 0, \quad \Delta = 9$ $2^x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -2$ și $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$ care convin	2p 3p
4.	$A_{2026}^1 = 2026, \quad C_{2026}^2 = 1013 \cdot 2025 : 3, \quad P_3 = 3! = 6 : 3$, deci nr. cazurilor favorabile = 2 $\text{card}\{A_{2026}^1, C_{2026}^2, P_3\} = 3$, deci nr. cazurilor posibile este 3 $\Rightarrow P = \frac{2}{3}$	3p 2p
5.	$AC = \sqrt{34}, AB = BC = \sqrt{17}$ RTP $\Rightarrow \triangle ABC$ dreptunghic în B. Din $AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ isoscel $\Rightarrow \angle BAC = 45^\circ$	2p 3p
6.	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 1$, pentru orice număr real x	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$X(0) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(X(0)) = 1 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3$	2p 3p
b)	$\det(X(a) \cdot X(a-1)) = \det(X(a)) \cdot \det(X(a-1))$ $\Rightarrow (3-2a)(5-2a) = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$, care nu convine sau $a = \frac{5}{2}$, care convine	2p 3p
c)	$X(a) \cdot B = \begin{pmatrix} a & 2a-1 \\ 3+a & 3+2a \end{pmatrix}$ și $B \cdot X(a) = \begin{pmatrix} 4 & 2a-1 \\ 7 & 3a-1 \end{pmatrix}$ Egalând cele două matrici obținem $a = 4$	3p 2p

2.a)	Restul împărțirii lui f la $X-2$ este $f(2) = 2^{2026} + 3$	3p
	Deoarece 2^{2026} este par și 3 este impar, rezultă că $f(2)$ este impar	2p
b)	$f - g = X^3 - X + 5$	2p
	Aplicând schema lui Horner obținem câtul $q = X^2 - 2X + 3$	3p
c)	$f - g = X^3 - X + 5$ și $S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$	2p
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = S_1^2 - 2S_2 = 2$ și deoarece $2 < \pi - 1$ obținem relația cerută	3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(x^2 - 2)'(x^2 + 4) - (x^2 + 4)'(x^2 - 2)}{(x^2 + 4)^2} =$	2p
	$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 4) - 2x(x^2 - 2)}{(x^2 + 4)^2} = \frac{12x}{(x^2 + 4)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$, iar f este strict cresc $\forall x \in (-\infty, 0]$ și strict descr $\forall x \in [0, \infty)$	2p
	Punctul $M\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ este punct de minim (global) al graficului funcției	3p
c)	Funcția f este descrescătoare pe $(-\infty, 0] \Rightarrow f(0) \leq f(x) \leq f(-1), \forall x \in [-1, 0]$	3p
	$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f(x) \leq -\frac{1}{5}, \forall x \in [-1, 0]$	2p
2.a)	$\int_1^e \frac{x \cdot f(x) - 1}{x^2} dx = \int_1^e \frac{2x^2 + x + 1 - 1}{x^2} dx = 2 \int_1^e dx + \int_1^e \frac{1}{x} dx =$	2p
	$= 2x \Big _1^e + \ln x \Big _1^e = 2e - 1$	3p
b)	F derivabilă pe $(0, +\infty)$	2p
	$F'(x) = (x^2)' + x' + (\ln x)' + 2026' = f(x), \forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow F$ primitivă a lui f	3p
c)	$Aria = \int_1^e g(x) dx = \int_1^e (2x + 1) \ln x dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$	2p
	$I_1 = \int_1^e (2x + 1) \ln x dx = (x^2 + x) \ln x \Big _1^e - \int_1^e (x + 1) dx = \frac{e^2 + 3}{2}$ $I_2 = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_0^1 t dt = \frac{1}{2} \text{ și } Aria = I_1 + I_2 = \frac{e^2 + 4}{2}$	3p