

**Examenul național de bacalaureat 2026**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- |           |                                                                                                                                                                                     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>5p</b> | 1. Arătați că $3i(4-i) + 4(1-3i) = 7$ , unde $i^2 = -1$ .                                                                                                                           |
| <b>5p</b> | 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$ , știind că valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - m^2$ este egală cu $-5$ .                         |
| <b>5p</b> | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-1} + 2^{1-x^2} = 2$ .                                                                                                      |
| <b>5p</b> | 4. Determinați câte numere naturale de 5 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,1,2,3,4\}$ .                                                                      |
| <b>5p</b> | 5. În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,2)$ , $B(-1,3)$ și $C(-2,2)$ . Determinați coordonatele punctului $D$ , pentru care patrulaterul $ABCD$ este paralelogram. |
| <b>5p</b> | 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului $ABC$ , știind că $BC = 5$ și $\cos A = \frac{12}{13}$ .                                                                  |

**SUBIECTUL II****(30 de puncte)**

- |           |                                                                                                                                                 |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           | 1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$ și $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ .           |
| <b>5p</b> | a) Arătați că $M \cdot N = N \cdot M$ .                                                                                                         |
| <b>5p</b> | b) Verificați dacă $\det N - \det M < \det(M - N)$ .                                                                                            |
| <b>5p</b> | c) Determinați numărul matricelor $P = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$ pentru care $P^2 = M$ , unde $x$ și $y$ sunt numere reale. |
|           | 2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$ .                                                      |
| <b>5p</b> | a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x * x = 2$ .                                                                                              |
| <b>5p</b> | b) Determinați numărul real $m$ astfel încât $x * m = m * x = m$ , pentru orice număr real $x$ .                                                |
| <b>5p</b> | c) Știind că legea „ $*$ ” este asociativă, calculați $\frac{2026}{1} * \frac{2026}{2} * \frac{2026}{3} * \dots * \frac{2026}{2026}$ .          |

**SUBIECTUL III****(30 de puncte)**

- |           |                                                                                              |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
|           | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x^2 + x) - 2x$ . |
| <b>5p</b> | a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2x^2 + 1}{x^2 + x}$ , pentru orice număr real $x > 0$ .        |

- 5p** b) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la graficul funcției  $f$  este perpendiculară pe dreapta  $d : y = 2x - 1$ .
- 5p** c) Determinați imaginea funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^{-x^2}$ .
- 5p** a) Calculați  $\int e^{x^2} f(x) dx$ .
- 5p** b) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este concavă pe intervalul  $[1, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (e^{x^2+x} - 1)f(x)$ , cu proprietatea  $F(\ln 1) = \ln \sqrt{e}$ .

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

|    |                                                                                                                                                                                                                                                           |          |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1. | $3i(4-i) + 4(1-3i) = 12i - 3i^2 + 4 - 12i =$<br>$= -3(-1) + 4 = 7$                                                                                                                                                                                        | 2p<br>3p |
| 2. | $f_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow -\frac{4+4m^2}{4} = -5$<br>$-1-m^2 = -5 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$                                                                                                                             | 3p<br>2p |
| 3. | $2^{x^2-1} = t, t > 0 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$<br>$2^{x^2-1} = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x \in \{\pm 1\}$                                                      | 3p<br>2p |
| 4. | Avem în total $5!$ numere de 5 cifre, din care scădem $4!$ numere care au prima cifra 0<br>$\Rightarrow 5! - 4! = 4! \cdot 4 = 24 \cdot 4 = 96$ numere                                                                                                    | 3p<br>2p |
| 5. | Impunem condițiile ca: $x_A + x_C = x_B + x_D$ și $y_A + y_C = y_B + y_D$<br>$\Rightarrow x_D = 0, y_D = 1 \Rightarrow D(0,1)$                                                                                                                            | 3p<br>2p |
| 6. | $\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin A = \frac{5}{13}$<br>Din teorema sinusurilor $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} \Rightarrow R = \frac{13}{2}$ | 3p<br>2p |

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |          |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $M \cdot N = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 80 \end{pmatrix}$<br>$N \cdot M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 80 \end{pmatrix}$ , deci $M \cdot N = N \cdot M$ | 2p<br>3p |
| b)   | $\det N = 5, \det M = 144$<br>$M - N = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \det(M - N) = 88$ , iar $\det N - \det M = -139$ , de unde obținem<br>$\det N - \det M < \det(M - N)$                                                                                                                                                                     | 2p<br>3p |
| c)   | $P^2 = \begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 2p       |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                         |          |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|      | $\begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 16 \end{cases}, \text{ de unde obținem } x \in \{-3, 3\} \text{ și } y \in \{-4, 4\}. \text{ Deci sunt 4}$ |          |
|      | matrice $P$ care verifică cerințele                                                                                                                                                                                                                     | 3p       |
| 2.a) | $x * x = 2 \Rightarrow -x^2 + 2x + 2x - 2 = 2$<br>$x^2 - 4x + 4 = 0$ , de unde obținem $x = 2$ , care convine.                                                                                                                                          | 2p<br>3p |
| b)   | Din $x * m = m \Rightarrow -xm + 2x + 2m - 2 = m \Rightarrow (2 - m)(x - 1) = 0$ . Cum $x$ este număr real arbitrar, rezultă că $2 - m = 0$ , adică $m = 2$<br>Se verifică $2 * x = 2$ , deci $m = 2$                                                   | 3p<br>2p |
| c)   | Un element al compunerii este $\frac{2026}{1013} = 2$<br>Compunerea devine $x * 2 * y$ , iar din $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real $x$ , se obține $(x * 2) * y = 2 * y = 2$ , știind că legea „ $*$ ” este asociativă.                       | 2p<br>3p |

**SUBIECTUL III**

(30 de puncte)

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x} - 2 =$ $= \frac{2x+1-2x^2-2x}{x^2+x} = \frac{1-2x^2}{x^2+x}, x > 0.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 3p<br>2p |
| b)   | $m_d = 2 \Rightarrow f'(x_0) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -3x_0^2 + x_0 + 2 = 0$<br>Cum $x > 0 \Rightarrow$ coordonatele punctului sunt $x_0 = 1$ și $y_0 = \ln 2 - 2$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 3p<br>2p |
| c)   | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x^2 = 0$ și cum $x > 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; $f$ este strict crescătoare pe $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ și<br>strict descrescătoare pe $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ și $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}$ ;<br>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{\ln(x^2+x)}{x} - 2 \right) \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x+1}{x^2+x}}{1} = 0, \text{ deci } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$<br>și cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ și $f$ este continuă pe $(0, +\infty) \Rightarrow \text{Im } f = \left(-\infty, \ln\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}\right]$ . | 2p<br>3p |
| 2.a) | $\int e^{x^2} f(x) dx = \int e^{x^2} \cdot (xe^{-x^2}) dx = \int x dx =$ $= \frac{x^2}{2} + C.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 3p<br>2p |
| b)   | $F$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ ; $F$ este concavă pe $[1, +\infty) \Leftrightarrow F''(x) < 0$ pe $[1, +\infty)$ .<br>$F''(x) = f'(x) = e^{-x^2} (1 - 2x^2) < 0$ pe $[1, +\infty) \Rightarrow F$ este concavă pe $[1, +\infty)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 2p<br>3p |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                   |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| c) | $\int g(x)dx = \int xe^x dx - \int xe^{-x^2} dx = \int x(e^x)' dx + \frac{1}{2} \int (e^{-x^2})' dx = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + C \Rightarrow$ $F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + k, \quad k \in \mathbb{R}.$ $F(\ln 1) = \ln \sqrt{e} \Leftrightarrow F(0) = \frac{1}{2}; F(0) = -\frac{1}{2} + k \Rightarrow k = 1 \Rightarrow F(x) = e^x(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + 1.$ | <p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p> |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|