

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2026

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați $a = \sqrt[3]{125} + 2^{-1} \cdot \log_6 36$.
- 5p 2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 12, g(x) = x^2 - 6x$. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x - 5^{x+1} + 5^{x+2} = 525$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr natural de două cifre, acesta să aibă ambele cifre impare.
- 5p 5. Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât vectorii $\vec{u} = 2m\vec{i} - 6\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} - m\vec{j}$ să fie coliniari.
- 5p 6. Fie triunghiul ABC , în care $\sin A = 1, \sin B = \frac{1}{2}$ și $BC = 6$. Aflați aria triunghiului.

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră $m \in \mathbb{R}$ și matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & m+5 \\ -m & -3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $(I_2 + A(1))^2 = I_2 + A(1)$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât matricea $A(m)$ să fie inversabilă.
2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă
$$x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$
- 5p a) Arătați că $(-2) \circ \frac{1}{2} = 28$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.
- 5p c) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $2^x \circ 2^x = 5$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{6(1-x^2)}{(x^2+1)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Scrieți ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x \cdot f(x)$.
- 5p c) Determinați punctele de extrem ale funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 + 2x + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = 10$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă F a funcției f este convexă pe $(0, \infty)$.
- 5p c) Calculați $\int_1^e f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2026

Simulare județeană

Proba E.c) M_tehnologic

BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I

(30 puncte)

1.	Avem $a = \sqrt[3]{125} + 2^{-1} \cdot \log_6 36 = 5 + \frac{1}{2} \cdot 2$ $= 5 + 1 = 6.$	3p 2p
2.	$Gf \cap Gg \neq \emptyset \Leftrightarrow$ ecuația $f(x) = g(x)$ are soluții $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x - 12 = x^2 - 6x \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$ Ecuația $x^2 - 8x + 12 = 0$ are soluțiile: $x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = -8$ și se obține punctul de intersecție $A(2, -8)$ și $x_2 = 6 \Rightarrow y_2 = 0$ și se obține punctul de intersecție $B(6, 0)$	2p 3p
3.	$5^x - 5^{x+1} + 5^{x+2} = 525 \Leftrightarrow 5^x(1 - 5 + 25) = 525.$ Se obține $21 \cdot 5^x = 525 \Leftrightarrow 5^x = 25$, de unde $x = 2.$	3p 2p
4.	Numărul cazurilor posibile = numărul numerelor de două cifre, adică numerele de la 10 la 99 este $n(A) = 90$ Numărul cazurilor favorabile = numărul numerelor de două cifre, ambele impare este $n(E) = 25$, adică $5^2 = 25$ variante. $P = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{nr.caz.favorabile}{nr.caz.posibile} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}.$	3p 2p
5.	Vectorii $\vec{u} = 2m\vec{i} - 6\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} - m\vec{j}$ sunt coliniari dacă $\frac{2m}{1} = \frac{-6}{-m}, m \neq 0$ adică $2m^2 = 6 \Leftrightarrow m^2 = 3$, de unde $m_1 = -\sqrt{3}, m_2 = \sqrt{3}.$ Sau determinantul $\begin{vmatrix} 2m & -6 \\ 1 & -m \end{vmatrix} = 0$, de unde $m_1 = -\sqrt{3}, m_2 = \sqrt{3}.$	2p 3p
6.	Din $\sin A = 1$ avem $m(\hat{A}) = 90^\circ$ (triunghiul este dreptunghic), iar din $\sin B = \frac{1}{2}$ și triunghiul ABC este dreptunghic avem $AC = \frac{BC}{2} = 3.$ $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 3\sqrt{3}$ Se obține $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$ Sau se obține că $\hat{B} = 30^\circ, \hat{C} = 60^\circ$ și din teorema sinusului $AC = 3, AB = 3\sqrt{3}$ și aria $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$	3p 2p

Subiectul II

(30 puncte)

1. a)	Pentru $m = 1$ avem $A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ $\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - 6 \cdot (-1) = 0.$	2p 3p
b)	Pentru $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, calcul direct $I_2 + A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și $(I_2 + A)^2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = I_2 + A$ (matrice idempotentă).	2p 3p

c)	Matricea A este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0$. $\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 2 & m+5 \\ -m & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) + m \cdot (m+5) = m^2 + 5m - 6$ $m^2 + 5m - 6 \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-6, 1\}$.	3p 2p
2. a)	$(-2) \circ \frac{1}{2} = 2 \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot (-2) - 6 \cdot \frac{1}{2} + 21 =$ $= -2 + 12 - 3 + 21 = 28$.	3p 2p
b)	Element neutru: $\exists e \in \mathbb{R}$ a.î. $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R}$. $x \circ e = 2xe - 6x - 6e + 21 = (2e - 6)x - 6e + 21, \forall x \in \mathbb{R}$ Din $(2e - 6)x - 6e + 21 = x$ se obține $e = \frac{7}{2} \in \mathbb{R}$.	2p 3p
c)	$2^x \circ 2^x = 2 \cdot 2^x \cdot 2^x - 6 \cdot 2^x - 6 \cdot 2^x + 21 = 2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 21$ Se obține ecuația $2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 21 = 5 \Leftrightarrow 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ $2^x = t > 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0$ cu soluțiile $t_1 = 2 \Rightarrow x_1 = 1$ și $t_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2$.	3p 2p

Subiectul III

(30 puncte)

1. a)	$f'(x) = \frac{(6x)'(x^2 + 1) - 6x(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} =$ $= \frac{6x^2 + 6 - 12x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{6(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$.	2p 3p
b)	Pentru asimptotă orizontală: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{6x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{x^2 + 1} = 6$. Se obține $y = 6$ ecuația asimptotei orizontale la $+\infty$.	3p 2p
c)	$f'(x) = \frac{6(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0$ cu soluțiile $x_1 = -1, x_2 = 1$. Din tabelul cu semnul derivatei, avem că $x_1 = -1$, geometric $A(-1, -3)$ este punct de minim și $x_2 = 1$, geometric $B(1, 3)$ este punct de maxim.	2p 3p
2. a)	$\int_1^2 (3x^2 + 2x + \ln x - \ln x) dx = \int_1^2 (3x^2 + 2x) dx = (x^3 + x^2) _1^2 =$ $= 8 + 4 - 2 = 10$.	3p 2p
b)	Fie $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a lui f , atunci F derivabilă, $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in (0, \infty)$ și avem $F''(x) = f'(x) = 6x + 2 + \frac{1}{x}, \forall x \in (0, \infty)$ $F''(x) = 6x + 2 + \frac{1}{x} > 0, \forall x \in (0, \infty) \Rightarrow F$ este funcție convexă pe $(0, \infty)$.	3p 2p
c)	$\int_1^e f(x) dx = \int_1^e (3x^2 + 2x + \ln x) dx = (x^3 + x^2) _1^e + \int_1^e \ln x dx =$ $= e^3 + e^2 - 2 + \int_1^e x' \ln x dx = e^3 + e^2 - 2 + x \ln x _1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx =$ $= e^3 + e^2 - 2 + e - x _1^e = e^3 + e^2 - 1$.	2p 3p