

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Simulare județeană 12.05.2026
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1. Ordonăți crescător numerele $\log_3 \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$, $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$ și $\log_{\frac{1}{2}} 8$.
- 5p** 2. Se consideră funcția bijectivă $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 1$ și funcția $g: R \rightarrow R$, inversa sa. Calculați $g(0) + g(1) + g(2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{0, 4, 8, \dots, 40\}$. Calculați probabilitatea ca, alegând o submulțime cu 2 elemente a mulțimii A , aceasta să nu îl conțină pe 4.
- 5p** 5. În sistemul xOy se consideră punctele $A(3m - 1, 4m + 1)$, $B(m - 3, 2m + 4)$ și $C(-4m - 3, 3m + 4)$. Determinați numărul real m pentru care centrul de greutate al triunghiului ABC se află pe axa Ox .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $BC = 6$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Calculați lungimea înălțimii din B .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(4)) = 0$.
- 5p** b) Determinați numerele reale a și b pentru care sistemul de ecuații este incompatibil.
- 5p** c) Pentru $a = 3$ și b număr întreg, demonstrați că $E = x_0^2 - 9y_0^2 + z_0^2$ este pătrat perfect, știind că (x_0, y_0, z_0) este soluția sistemului de ecuații.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 4X^3 + mX^2 - 4X + 2$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(i) - f(-i) = 0$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați numărul real m , știind că polinomul f se divide cu polinomul $X^2 - 4X + 2$.
- 5p** c) Pentru $m = 3$, arătați că polinomul f nu are rădăcini raționale.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^{2x}(e^{2x} + 2x - 1)}{(e^{2x} + 1)^2}$, $x \in R$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .

- 5p c) Demonstrați că $f(x) + f(2-x) \geq \frac{e^4 - 1}{2(e^4 + 1)}$, pentru orice $x \geq 2$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx = 1 - \ln \frac{3}{2}$.
- 5p b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 1$ pentru care $\int_{e-1}^{a-1} (x+1) \ln \left(\frac{f(x)}{x\sqrt{x}} \right) dx = \frac{e^2}{4}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
Simulare județeană 12.05.2026
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$\log_3 \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \frac{1}{2}, \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{4}, \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$	3p
	$\log_{\frac{1}{2}} 8 < \log_3 \sqrt[3]{3\sqrt{3}} < \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$	2p
2.	$g(x) = \sqrt[3]{x-1}$	2p
	$g(0) + g(1) + g(2) = -1 + 0 + 1 = 0$	3p
3.	$\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 9 - 2^x = \frac{8}{2^x}$	2p
	Notăm $2^x = t \Rightarrow t^2 - 9t + 8 = 0$, de unde obținem $t_1 = 1, t_2 = 8$ $x = 0$ sau $x = 3$, care convin	3p
4.	Mulțimea A are 11 elemente, deci sunt $C_{11}^2 = 55$ de cazuri posibile	2p
	Numărul de submulțimi care nu îl conțin pe 4 sunt $C_{10}^2 = 45$, deci sunt 45 de cazuri favorabile Probabilitatea este $P = \frac{45}{55} = \frac{9}{11}$	3p
5.	$G \in Ox \Rightarrow y_G = 0$	2p
	$y_G = \frac{9m+9}{3} = 3m+3$, de unde obținem $m = -1$	3p
6.	Aria triunghiului ABC este $A_{\Delta ABC} = 6\sqrt{3}$	2p
	$AC = 2\sqrt{7}$ $A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot h_b}{2} \Rightarrow h_b = \frac{6\sqrt{21}}{7}$	3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A(4) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A(4)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -4 - 2 + 14 + 7 + 1 - 16 = 0$	3p

b)	$\det(A(a)) = 0 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow \text{rang}(A(a)) = 2$	2p
	$\overline{A}(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 7 & -1 & a & b \end{pmatrix}, \text{rang}(\overline{A}(a)) = 3 \Leftrightarrow b \neq 4$ Sistemul de ecuații este incompatibil pentru $a = 4$ și $b \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$	3p
c)	Soluția sistemului de ecuații este $\left(\frac{3b-9}{5}, \frac{b-3}{5}, 4-b\right)$, cu $b \in \mathbb{Z}$	2p
	$E = (4-b)^2$, rezultă că E este pătrat perfect pentru orice număr întreg b	3p
2.a)	$f(i) = 3 - m$	2p
	$f(-i) = 3 - m$ $f(i) - f(-i) = 0$	3p
b)	Prin împărțirea polinomului f la polinomul $X^2 - 4X + 2$ se obține restul $r = (4m - 12)X - 2m + 6$	3p
	f se divide cu polinomul $X^2 - 4X + 2 \Rightarrow r = 0$ $\Rightarrow m = 3$	2p
c)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 2)(x^2 + 1) = 0$	2p
	$x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}, x_3 = i, x_4 = -i$ care nu sunt numere raționale	3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{[(x-1)e^{2x}]'(e^{2x}+1) - (x-1)e^{2x}(e^{2x}+1)'}{(e^{2x}+1)^2} =$	2p
	$= \frac{(2x-1)e^{2x}(e^{2x}+1) - (2x-2)e^{4x}}{(e^{2x}+1)^2} = \frac{e^{2x}(e^{2x}+2x-1)}{(e^{2x}+1)^2}$, pentru orice număr real x	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{2x}+1} \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{e^{-2x}} = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-2e^{-2x}} = 0$	3p
	Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	2p
c)	Se consideră funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = e^{2x} + 2x - 1$. Cum $g'(x) = 2e^{2x} + 2 > 0$ pentru orice număr real x , funcția g este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ și $g(0) = 0$, rezultă că ecuația $f'(x) = 0$ are soluția unică $x = 0$	2p
	Pentru $x \in (-\infty, 0]$, $f'(x) \leq 0$, funcția f este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$, iar pentru $x \in [0, +\infty)$, $f'(x) \geq 0$, funcția f este crescătoare pe $[0, +\infty)$ și $f(0) = -\frac{1}{2}$ Pentru $x \geq 2 \Rightarrow f(x) \geq \frac{e^4}{e^4+1}$ și pentru $2-x \leq 0 \Rightarrow f(2-x) \geq -\frac{1}{2}$, de unde rezultă concluzia	3p
2.a)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx = \int_1^2 \frac{x}{x+1} dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx =$	2p

	$= \left(x - \ln(x+1) \right) \Big _1^2 = 2 - \ln 3 - 1 + \ln 2 = 1 - \ln \frac{3}{2}$	3p
b)	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 \frac{x^3}{(x+1)^2} dx = \pi \int_1^2 \left(x - 2 + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx =$	3p
	$= \pi \left(\frac{x^2}{2} - 2x + 3 \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} \right) \Big _1^2 = \pi \left(3 \ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right)$	2p
c)	$\int_{e-1}^{a-1} (x+1) \ln \left(\frac{f(x)}{x\sqrt{x}} \right) dx = \int_{a-1}^{e-1} (x+1) \ln(x+1) dx = \int_{a-1}^{e-1} \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]' \ln(x+1) dx =$	2p
	$= \frac{(x+1)^2}{2} \left[\ln(x+1) - \frac{1}{2} \right] \Big _{a-1}^{e-1} = \frac{e^2}{4} - \frac{a^2}{2} \left(\ln a - \frac{1}{2} \right)$ Cum $a > 1$, se obține că $a = \sqrt{e}$	3p