

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Simulare județeană 12.05.2026
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1) Determinați numerele raționale a și b , știind că $\frac{2}{\sqrt{27}-1} - \frac{1}{4+\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$.
- 5p** 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 7$, unde a este un număr real nenul. Determinați numărul real a știind că $(f \circ f)(x) = 3f(x) + 7$.
- 5p** 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{\frac{\sqrt{5-x}}{2}} = 2^{\sqrt{x^2-8x+11}}$.
- 5p** 4) Se consideră mulțimea $A = \{a, b, c, d, e, f\}$. Determinați numărul de submulțimi cu patru elemente ale mulțimii A , care îl conțin pe b .
- 5p** 5) În reperul cartezian xOy se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $A(-2,1), B(1,3), D(0,-3)$. Determinați ecuația dreptei CD .
- 5p** 6) Triunghiul ABC are aria egală cu $\sqrt{3}$, latura $AB=2$ și măsura unghiului A de 60° . Calculați lungimea laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 5p** 1) Se consideră matricea $A(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ a+2 & b-2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(-5,5)) = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că matricea $A(a,b)$ este inversabilă pentru oricare $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q}$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(\sqrt{3},1) \cdot X = A(0,0)$.
- 5p** 2) Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 + 7X + a$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p** a) Pentru $a = 2$, determinați restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X - 2$.
- 5p** b) Determinați numărul real a , știind că $x_1 + x_2 = x_3$.
- 5p** c) Pentru $a = -5$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili peste $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 5p** 1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5})$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x)$.
- 5p** c) Demonstrați că $2f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) < f(1)$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.

-
- 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 1$.
- 5p** a) Calculați $\int_1^2 f(x) dx$.
- 5p** b) Demonstrați că $\int_{-1}^0 f(x) \cdot e^{(x^3-x)} dx = 0$.
- 5p** c) Determinați numărul natural a pentru care $(a+1) \int_0^1 f^{2026}(x) dx = 2^{2026} - a \int_0^1 f^{2025}(x) dx$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_{st-nat}
Simulare județeană 12.05.2026
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

1.	$\frac{2}{\sqrt{27}-1} - \frac{1}{4+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{27}+1)}{26} - \frac{4-\sqrt{3}}{13} = -\frac{3}{13} + \frac{4}{13}\sqrt{3}$ $a = -\frac{3}{13}, b = \frac{4}{13} \in \mathbb{Q}$	3p 2p
2.	$f(f(x)) = a^2x + 7a + 7; 3f(x) + 7 = 3ax + 28$ Din $a^2x + 7a + 7 = 3ax + 28 \Leftrightarrow (a-3)(ax+7) = 0 \Rightarrow a = 3$	3p 2p
3.	$2^{\sqrt{5-x}} = 2^{\sqrt{x^2-8x+11}} \Leftrightarrow \sqrt{5-x} = \sqrt{x^2-8x+11} \Rightarrow x^2-7x+6=0$ $x=6$, care nu convine sau $x=1$, care convine	3p 2p
4.	Numărul submulțimilor cu 4 elemente, care să-l conțină pe b , este egal cu numărul submulțimilor cu 3 elemente ale mulțimii $\{a, c, d, e, f\}$, adică C_5^3 $C_5^3 = 10 \Rightarrow 10$ submulțimi	3p 2p
5.	$CD \parallel AB \Rightarrow m_{CD} = m_{AB} = \frac{2}{3}$ Ecuația dreptei CD este $2x - 3y - 9 = 0$	3p 2p
6.	Din $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} \Rightarrow AC = 2$ Din $AB = AC = 2 \Rightarrow \triangle ABC$ echilateral și $BC = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

1.a)	$A(-5, 5) = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ $\det(A(-5, 5)) = -15 + 15 = 0$	3p 2p
b)	$\det(A(a, b)) = \begin{vmatrix} a & b \\ a+2 & b-2 \end{vmatrix} = -2(a+b)$, pentru orice numere reale a și b $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q} \Rightarrow a+b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow \det(A(a, b)) \neq 0$, deci matricea $A(a, b)$ este inversabilă pentru oricare $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q}$	2p 3p

c)	$A(\sqrt{3},1)=\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -1 \end{pmatrix}, \det(A(\sqrt{3},1))=-2(\sqrt{3}+1), A^{-1}(\sqrt{3},1)=\frac{\sqrt{3}-1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ $X=A^{-1}(\sqrt{3},1)\cdot A(0,0)=\frac{\sqrt{3}-1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}+1}{2} \\ \frac{-3+\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	Din $a=2 \Rightarrow f=2X^3-4X^2+7X+2$, iar restul împărțirii lui f la $X-2$ este $f(2)$ $f(2)=16-16+14+2=16$	3p 2p
b)	$x_1+x_2+x_3=2 \Rightarrow x_3=1$ $f(1)=0 \Rightarrow a=-5$	3p 2p
c)	$f=(X-1)(2X^2-2X+5)$ este descompunerea polinomului f în factori ireductibili peste $R[X]$ deoarece polinomul $g=2X^2-2X+5$ nu are rădăcini reale	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

1.a)	$f'(x)=\frac{(x+\sqrt{x^2+5})'}{x+\sqrt{x^2+5}}=\frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}}{x+\sqrt{x^2+5}}=$ $f'(x)=\frac{x+\sqrt{x^2+5}}{\sqrt{x^2+5}}\cdot\frac{1}{x+\sqrt{x^2+5}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}, x\in R$	3p 2p
b)	$\lim_{x\rightarrow\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\rightarrow\infty}(\ln(x+\sqrt{x^2+5})-\ln e^x)=\lim_{x\rightarrow\infty}\left(\ln\frac{x+\sqrt{x^2+5}}{e^x}\right)=$ $=\ln\left(\lim_{x\rightarrow\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+5}}{e^x}\right)=\ln\left(\lim_{x\rightarrow\infty}\frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}}{e^x}\right)=\ln 0=-\infty$	2p 3p
c)	f strict crescătoare pe R Pentru $x\in(1,+\infty) \Rightarrow f(x)>f(1) \Rightarrow -f(x)<-f(1)$ $\frac{1}{x}<1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right)<f(1) \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right)<2f(1) \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right)-f(x)<f(1)$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_1^2(3x^2-1)dx=(x^3-x)\Big _1^2$ $=(2^3-2)-(1^3-1)=6$	2p 3p
b)	$\int_{-1}^0(3x^2-1)\cdot e^{(x^3-x)}dx=\int_{-1}^0\left(e^{(x^3-x)}\right)'dx=\left(e^{(x^3-x)}\right)\Big _{-1}^0$ $\left(e^{(x^3-x)}\right)\Big _{-1}^0=e^0-e^0=0$	3p 2p

c)	$\int_0^1 f^{2026}(x) dx = \int_0^1 (3x^2 - 1)^{2026} \cdot x' dx = \left(x \cdot (3x^2 - 1)^{2026} \right) \Big _0^1 - \int_0^1 2026(3x^2 - 1)^{2025} \cdot 6x^2 dx$ $= 2^{2026} - 2 \cdot 2026 \int_0^1 (3x^2 - 1)^{2025} \cdot (3x^2 - 1 + 1) dx$ $= 2^{2026} - 2 \cdot 2026 \int_0^1 \left[(3x^2 - 1)^{2026} + (3x^2 - 1)^{2025} \right] dx \Rightarrow 4053 \int_0^1 (3x^2 - 1)^{2026} dx = 2^{2026} - 4052 \int_0^1 (3x^2 - 1)^{2025} dx$ Deci $a = 4052 \in \mathbb{N}$	3p 2p
----	--	-----------------------------------